VESTIBULAR ESTADUAL 2005

19/12/2004

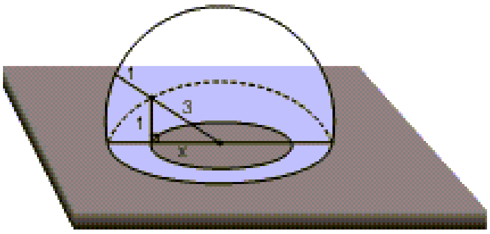
Matemática

PADRÃO DE RESPOSTAS

(valor de cada questão = 2,0 pontos)

Questão	Resposta
1	A) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{3+2}{12}=\frac{5}{12}$
	$a^2=5^2+12^2$ $a=13$ Lados = **5, 12** e **13**
	B) $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=\frac{x+1+x-1}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x}{x^2-1}$
	$a^2=(2x)^2+(x^2-1)^2$ $a^2=4x^2+x^4-2x^2+1$ $a^2=x^4+2x^2+1$ $a^2=(x^2+1)^2$ $a=x^2+1$ Como x é inteiro, x^2+1 também é inteiro, e $2x$, x^2-1 e x^2+1 são as medidas dos lados de um triângulo retângulo.
2	A) Primos $\Rightarrow$ A = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29} Múltiplos de 5 $\Rightarrow$ B = {5, 10, 15, 20, 25, 30}
	$P(AUB)=\frac{15}{30}=\mathbf{\frac{1}{2}}$
	B) $\left.\begin{array}{l}A=\text{nº arestas}\\F=\text{nº faces}\end{array}\right\}\ 4F=2A\Rightarrow A=60$
	V = nº de vértices $V+F=A+2\Rightarrow V=\mathbf{32}$

3	A) Número total de jogos ⇒ $C_{20}^{2}=\frac{20\times 19}{2}=190$ Número de jogos por semana ⇒ $\frac{20}{2}=10$
	Número de semanas ⇒ $\frac{190}{10}=\mathbf{19}$
	B) Probabilidade do primeiro jogo ser composto por duas equipes cariocas ⇒ $P=\frac{C_4^2}{C_{20}^2}$
	$P=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{95}}$
4	$x^2-x-1=0$ $\Delta=(-1)^2-4\times(-1)$ $\Delta=5$
	$x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \phi=\frac{\mathbf{1+\sqrt{5}}}{\mathbf{2}}$
	B) $\begin{array}{l\|l} x^4+0x^3+0x^2-3x-2 & x^2-x-1 \\ -x^4+x^3+x^2 & x^2+x+2 \\ \hline x^3+x^2-3x & \\ -x^3+x^2+x & \\ \hline 2x^2-2x-2 & \\ -2x^2+2x+2 & \\ \hline 0 & \end{array}$
	$x^2+x+2=0$ $\Delta=1^2-4\times 2$ $\Delta=-7$ $x=\frac{-1\pm i\sqrt{7}}{2}$ Raízes: $\frac{\mathbf{1\pm\sqrt{5}}}{\mathbf{2}}$ e $\frac{\mathbf{-1\pm i\sqrt{7}}}{\mathbf{2}}$

5	A)  $x^2 + 1^2 = 3^2$ $x^2 = 8$
	Área $= \pi\, x^2 = \mathbf{8\pi\ cm^2}$
	B) A maior esfera teria raio igual a metade do raio da cuba $\Rightarrow r = 2\text{cm}$
	$V = \frac{4}{3}\pi \times 2^3 = \mathbf{\frac{32\pi}{3}\ cm^3}$
6	A) $x + 10x = 12{,}1$ milhões $11x = 12.100.000$ $x = 1.100.000$
	$(1.100.000) \times 1{,}15 =$ **1.265.000 habitantes**
	B) Em **t** anos as populações serão $\begin{cases} \text{subúrbios} = 10x \times 1{,}02^t \\ \text{favelas} = x \times 1{,}15^t \end{cases}$ $10x \times 1{,}02^t = x \times 1{,}15^t$ $\log(10 \times 1{,}02^t) = \log 1{,}15^t$
	$1 + t \times \log 1{,}02 = t \times \log 1{,}15$ $1 = t \times \log\left(\frac{1{,}15}{1{,}02}\right)$ $t = \frac{1}{\log\ 1{,}127} \Rightarrow x = \mathbf{1{,}127}$

7

A) $S_5 = \dfrac{(a_1 + a_5) \times 5}{2}$

$(75) \times 5 = \mathbf{375}$

B)

			n	
	65			
2x	y			130
x	z	75		
0				

Na 3ª linha $\Rightarrow \begin{cases} 130 = 2x + 4r \Rightarrow r = \dfrac{65 - x}{2} \\ y = 2x + \dfrac{65 - x}{2} = \dfrac{65 + 3x}{2} \end{cases}$

Na 4ª linha $\Rightarrow z = \dfrac{x + 75}{2}$

Na 2ª coluna $\Rightarrow 2y = 65 + z$

$$65 + 3x = 65 + \frac{x + 75}{2}$$

$$x = 15$$

60	75	90	105	
45	65			
30	55			
15				
0				

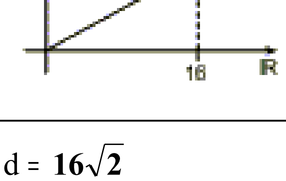
n = **105**

8

A) $x_1 + iy_1 = (1 + i)^9 = (1 + i)^8 \times (1 + i) = \left[(1 + i)^2\right]^4 \times (1 + i) = [2i]^4 \times (1 + i)$

$x_1 + iy_1 = 16(1 + i) = 16 + 16i \Rightarrow (x_1, y_1) = (\mathbf{16,16})$

B)



d = $\mathbf{16\sqrt{2}}$

9	A) $(57{,}62 + 42{,}38) \times (57{,}62 - 42{,}38) =$
	$= (100) \times (15{,}24) = 1.524$
	B) $(\cos^2 15^o + \operatorname{sen}^2 15^o)(\cos^4 15^o - \cos^2 15^o \times \operatorname{sen}^2 15^o + \operatorname{sen}^4 15^o) =$
	$(\cos^2 15^o + \operatorname{sen}^2 15^o)^2 - 3\cos^2 15^o \times \operatorname{sen}^2 15^o =$ $1 - 3 \times (\cos 15^o \times \operatorname{sen} 15^o)^2 =$ $1 - 3 \times \left(\dfrac{\operatorname{sen} 30^o}{2}\right)^2 = 1 - \dfrac{3}{16} = \mathbf{\dfrac{13}{16}}$
10	A) $z = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y = 4 \end{cases}$
	$3x = 3$ $x = 1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow$ **P(1,3,0)**
	B) Fazendo $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} -y - 4z = -1 \\ y + z = 4 \end{cases}$ $-3z = 3$ $z = -1 \Rightarrow y = 5$ $Q(0, 5, -1)$
	vetor $\overrightarrow{PQ} = (-1, 2, -1) \Rightarrow \left\lvert\overrightarrow{PQ}\right\rvert = \sqrt{6}$ $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{PQ}}{\left\lvert\overrightarrow{PQ}\right\rvert} = \left(\mathbf{\dfrac{-1}{\sqrt{6}}; \dfrac{2}{\sqrt{6}}, \dfrac{-1}{\sqrt{6}}}\right)$