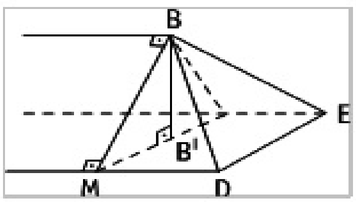
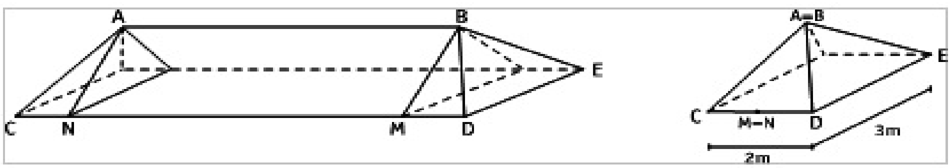
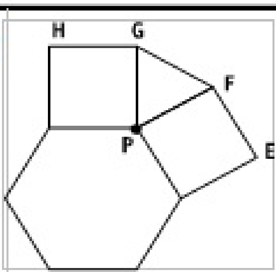
Vestibular 2006 estadual

PADRÃO DE RESPOSTAS **11/12/2005**

(valor de cada questão = 2 pontos) **Matemática**

Questão		Resposta
1	A)	região: $x^2 + y^2 \leq 2{,}25$ área no mapa $= \pi\,(1{,}5)^2 = 2{,}25\,\pi\ cm^2$
		$1\ cm = 10.000.000\ cm = 100\ km \Rightarrow 1\ cm^2 = 10.000\ km^2$ área da região de influência $= 2{,}25\pi \times 10.000 = \mathbf{22.500\ \pi\ km^2}$
	B)	$\boxed{\left(\frac{11}{10}\right)^2 + \left(\frac{11}{10}\right)^2 = \frac{121}{100} + \frac{121}{100} = \frac{242}{100} = 2{,}42}$
		Como $2{,}42 > 2{,}25$, a cidade não está na região de influência.
2		maior preço: $\boxed{\operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{360}(t-101)\right] = 1}$ $P = 0{,}8 \times 1 + 2{,}7 = 3{,}5 \Rightarrow$ **R$ 3,50**
		menor preço: $\boxed{\operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{360}(t-101)\right] = -1}$ $P = 0{,}8 \times (-1) + 2{,}7 = 1{,}9 \Rightarrow$ **R$ 1,90**
	B)	$P(t) = 3{,}1 \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}\left[\frac{2\pi}{360}(t-101)\right] = \frac{1}{2}} \Rightarrow$
		$\boxed{\frac{2\pi}{360}(t-101) = \frac{\pi}{6} \text{ ou } \frac{2\pi}{360}(t-101) = \frac{5\pi}{6}} \Rightarrow$ $\boxed{(t-101) = 30}$ ou $\boxed{(t-101) = 150}$ $\Rightarrow t =$ **131** ou **251**
3	A)	 $\boxed{BM = \frac{3{,}4}{2} = 1{,}7\ m}$ $\boxed{BM = \frac{3}{2} = 1{,}5\ m}$ $\boxed{BB = h}$
		$h^2 + 1{,}5^2 = 1{,}7^2 \Rightarrow h = \mathbf{0{,}8\ m}$
	B)	
		volume $= V = V(\text{prisma}) + V(\text{pirâmide})$ $\boxed{V = \frac{3h}{2} \times AB + \frac{2 \times 3}{3} \times h} \Rightarrow \boxed{V = \frac{3h}{2} \times 4 + 2h} \Rightarrow \boxed{V = \mathbf{8h}}$

4	A)	 $F\hat{P}G = \alpha \Rightarrow \alpha + 90^\circ + 120^\circ + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow$ o triângulo FGP é eqüilátero $\Rightarrow$ todos os lados do dodecágono são congruentes ao lado do quadrado $\Rightarrow$ o dodecágono é eqüilátero. Cada ângulo interno do dodecágono mede $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ \Rightarrow$ o dodecágono é eqüiângulo; logo, esse polígono é regular.
	B)	$\text{área}_{\text{dodecágono}} = 12 \times \text{área}_{\text{triângulo}} + 6 \times \text{área}_{\text{quadrado}}$ $\text{área}_{\text{triângulo}} = \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4}$ $\qquad$ $\text{área}_{\text{quadrado}} = \ell^2$ unidades
		$\text{área}_{\text{dodecágono}} = 12\, \dfrac{\ell^2\sqrt{3}}{4} + 6\ell^2 = 3\ell^2\sqrt{3} + 6\ell^2 = \ell^2(3\sqrt{3}+6) = \mathbf{(3\sqrt{3}+6)}$ **unidade**
5	A)	$6^3 - 5 \times 6^2 = 216 - 5 \times 36 = 216 - 180 = 36$ Logo, 6 é raiz, já que torna a igualdade verdadeira.
	B)	$x = 6$ é raiz $\Rightarrow$ $\begin{array}{c\|cccc} 6 & 1 & -5 & 0 & -36 \\ \hline & 1 & 1 & 6 & \multicolumn{1}{\|c}{0} \end{array}$ $\Rightarrow (x-6)(x^2+x+6) = 0$
		$x^2 + x + 6 = 0 \Rightarrow \Delta = -23 \Rightarrow x = \dfrac{-1 \pm i\sqrt{23}}{2} \Rightarrow x_1 = \mathbf{\dfrac{-1 + i\sqrt{23}}{2}}$ e $x_2 = \mathbf{\dfrac{-1 - i\sqrt{23}}{2}}$
6	A)	$\begin{cases} b_1 + b_2 = 1{,}8 \\ b_1 + b_3 = 3{,}0 \end{cases}$
		$(b_1 + b_3) - (b_1 + b_2) = b_3 - b_2 = 3{,}0 - 1{,}8 = 1{,}2$ milhares de reais = **1.200 reais**
	B)	$\begin{cases} b_1 + b_2 = 1{,}8 \\ b_1 + b_3 = 3{,}0 \\ b_2 + b_3 = 2{,}0 \end{cases}$
		$(b_1 + b_2) + (b_1 + b_3) + (b_2 + b_3) = 1{,}8 + 3{,}0 + 2{,}0$ $2\,b_1 + 2\,b_2 + 2\,b_3 = 6{,}8 \Rightarrow b_1 + b_2 + b_3 = 3{,}4$ milhares de reais = **3.400 reais**
7	A)	$10 \times 1 + 15 \times 2 + 20 \times 3 = 10 + 30 + 60 =$ **100 reais**
	B)	$\vec{u} = (3k, 2k, k)$ $\; k \in \mathbb{N}^*$ e $\vec{p} = (1, 2, 3)$ $\cos\theta = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{p}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{p}\|} = \dfrac{3k + 4k + 3k}{\sqrt{9k^2 + 4k^2 + k^2} \cdot \sqrt{1 + 4 + 9}} = \dfrac{10k}{14k} = \mathbf{\dfrac{5}{7}}$

8	A)	taxa de redução por hora = 20% fator de redução por hora = 100% – 20% = 80% Ao final de duas horas restam $0{,}8\times 0{,}8 = 0{,}64 =$ **64%**.
	B)	N = número inicial de frutas $N\times 0{,}8^{t}\times 0{,}9^{8-t} = 0{,}32\times N \Rightarrow 0{,}8^{t}\times 0{,}9^{8-t} = 0{,}32$ $t\times[(\log 8)-1]+(8-t)\times[(\log 9)-1]=(\log 32)-2 \Rightarrow$ $t\times[(3\log 2)-1]+(8-t)\times[(2\log 3)-1]=5(\log 2)-2 \Rightarrow$ $t\times(-0{,}1)+(8-t)\times(-0{,}04)=-0{,}5 \Rightarrow$ $-0{,}06\times t=-0{,}18 \Rightarrow t =$ **3 horas**
9	A)	$C_2^2+C_3^2+C_4^2+\ldots+C_{18}^2=C_{19}^3=\dfrac{19\times 18\times 17}{3\times 2}=\mathbf{969}$
	B)	$S=1\times 2+2\times 3+3\times 4+\ldots+15\times 16 \Rightarrow \dfrac{S}{2}=\dfrac{1\times 2}{2}+\dfrac{2\times 3}{2}+\dfrac{3\times 4}{2}+\ldots+\dfrac{15\times 16}{2} \Rightarrow$ $\dfrac{S}{2}=C_2^2+C_3^2+\ldots+C_{16}^2=C_{17}^3=\dfrac{17\times 16\times 15}{3\times 2}=680 \Rightarrow S =$ **1.360 laranjas**
10	A)	antes das 12 h: $p_1=\dfrac{72}{60}=1{,}20$ reais/kg; a partir das 12 h: $p_2=\dfrac{18}{20}=0{,}90$ reais/kg redução: 1,20 – 0,90 = 0,30 reais $\Rightarrow \dfrac{0{,}30}{1{,}20}=$ **25%**
	B)	venda com preço inicial = 80 × 1,20 = R\$ 96,00; valor real arrecadado = R\$ 90,00 perda = 96 – 90 = R\$ 6,00 $\Rightarrow \dfrac{6}{96}=$ **6,25%**