GABARITO COMENTADO – PROVA BRANCA

MATEMÁTICA

01. Considere-se o conjunto universo U, formado por uma turma de cálculo da Escola de Formação de Oficiais da Marinha Mercante (EFOMM) e composta por alunos e alunas. São dados os subconjuntos de U:
A: conjunto formado pelos alunos; e
B: conjunto formado por todos os alunos e alunas aprovados.
Pode-se concluir que $C_U^B - (A - B)$ é a quantidade de

a) alunos aprovados.
b) alunos reprovados.
c) todos os alunos e alunas aprovados.
d) alunas aprovadas.
e) alunas reprovadas.

Solução:
B: Todos os alunos e alunas aprovados $\Rightarrow C_U^B$: Todos os alunos e alunas reprovados.

$$\left.\begin{array}{l} A: \text{ Conjunto formado pelos alunos} \\ B: \text{ todos os alunos e alunas aprovados} \end{array}\right\} \Rightarrow A - B: \text{ Conjunto dos alunos reprovados}$$

Logo, $C_U^B - (A - B)$: todas as alunas reprovadas.

OBS: Nesta questão o enunciado teria ficado mais claro substituindo-se "alunos" "por alunos do sexo masculino".

Opção: E

---

02. O lucro obtido pela venda de cada peça de roupa é x – 10, sendo x o preço da venda e 10 o preço do cisto. A quantidade vendida por mês é igual a 70 – x. O lucro mensal máximo obtido com a venda do produto é:

a) 1200 reais.
b) 1000 reais.
c) 900 reais.
d) 800 reais.
e) 600 reais.

Solução:
O enunciado não faz menção à unidade monetária na qual o lucro é medido. Desta maneira, a questão é inconsistente, pois a variável x representa duas grandezas de natureza dimensional distinta (lucro é medido em unidades monetárias, e quantidade vendida é adimensional). Observando as opções, acreditamos que a intenção da banca era de que o lucro fosse de "x-10 reais", ao invés de "x-10". Sob esta interpretação, a solução seria:

O lucro total é igual ao produto do preço de venda de cada peça pelo número de peças vendidas por mês.
Assim: $L_{Total} = (x - 10).(70 - x) = -x^2 + 80x - 700$
O lucro máximo pode ser calculado a partir do y do vértice, e vale:

$$L_{max} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{80^2 - 4.(-1).(-700)}{4(-1)} = 900$$

$L_{max} = 900$ Reais

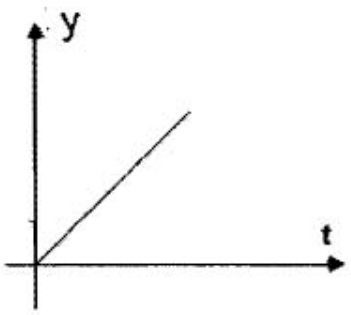
Opção: C

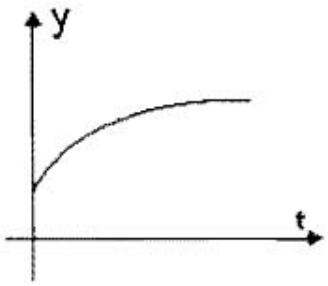
---

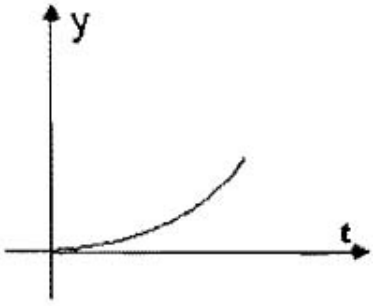
03. Em radioatividade, na função $A(t) = A_0\ e^{-\varphi t}$, temos que:

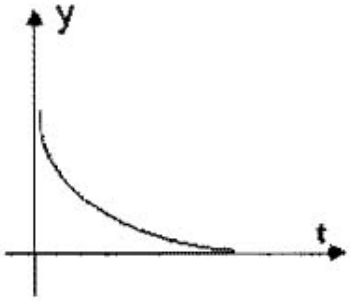
I. A é a quantidade da substância radioativa ainda existente, no instante t;
II. φ é a constante de desintegração e $\varphi > 0$;
III. A_0 é a amostra inicial no instante t_0; e
IV. t é o tempo.

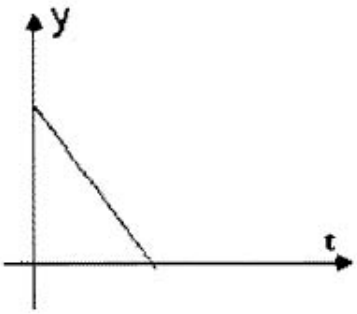
De acordo com as informações acima, o gráfico que melhor representa a função y(t) = Ln(A(t)) é:

a)


b)


c)


d)


e)


Solução:

$$y(t) = \ln\left[A_o.e^{-\varphi t}\right]$$

$$y(t) = \ln A_o + \ln e^{-\varphi t} = -\varphi \cdot t + \ln A_o$$

Logo, y(t) é uma função do primeiro grau, em t e decrescente $(\varphi > 0)$, então o gráfico que melhor representa função é o da alternativa E.

Opção: E

04. Um recipiente na forma de um cilindro circular reto contém um líquido até um certo nível. Colocando-se nesse recipiente uma esfera, o nível do líquido aumenta 2 cm. Sabendo-se que o raio do cilindro mede $3\sqrt{2}$, Conclui-se que o raio da esfera, em cm, mede:

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

Solução:

O volume deslocado no cilindro é o volume correspondente ao da esfera. Seja R, o raio da base do cilindro, e r o raio da esfera. Então, temos que, $\pi R^2.h = \frac{4}{3}\pi r^3$, portanto,

$\pi.(3\sqrt{2})^2.2 = \frac{4}{3}.\pi r^3 \Leftrightarrow r = 3 \text{ cm}$.

Opção: B

---

05. Um professor escreveu no quadro-negro uma equação do segundo grau e pediu que os alunos a resolvessem. Um aluno copiou errado o termo constante da equação e achou as raízes –3 e –2.Outro aluno copiou errado o coeficiente do termo do primeiro grau e achou as raízes 1 e 4. A diferença positiva entre as raízes da equação correta é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

Solução:

Seja a o coeficiente da equação do segundo grau, onde $a \neq 0$.

1º aluno: $a.(x+3)\cdot(x+2) = ax^2 + 5ax + \cancel{6a}$, onde o termo independente está errado.

2º aluno: $a.(x-1)\cdot(x-4) = ax^2 - \cancel{5}ax + 4a$, onde o termo do 1º grau está errado.

Logo, a equação correta é $ax^2 + 5ax + 4a = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1$ ou $x_2 = -4 \Rightarrow \boxed{x_1 - x_2 = 3}$

Opção: C

---

06. Se $f_0(x) = \frac{x}{x+1}$ e $f_{n+1} = f_0 \text{ of}_n$ para n = 0, 1, 2,... então $f_n(x)$ vale:

a) $\frac{x}{x+n}$ b) $\frac{(n+1)x}{x+1}$ c) $\frac{nx}{x+1}$ d) $\frac{x}{(n+1)x+1}$ e) $\frac{x}{nx+1}$

Solução:

Se $f_0(x) = \frac{x}{x+1}$ e $f_{n+1} = f_0 \text{of}_n$, para $n = 0,1,2,...$

para $n = 1$, $f_1(x) = f_0(f_0(x)) = \frac{f_0(x)}{f_0(x)+1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{nx+1} + \frac{nx+1}{nx+1}} = \frac{x}{2x+1}$ e

$f_2(x) = f_0(f_1(x)) = \frac{f_1(x)}{f_1(x)+1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + \frac{2x+1}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$;

Afirmamos então que $f_n(x) = \frac{x}{(n+1)x+1}$. O que pode ser provado por indução.

Vamos supor que é válido para n-1, ou seja, $f_{n-1}(x) = \frac{x}{nx+1}$. Como $f_n(x) = f_0 o f_{n-1}$, segue que $f_n(x) = f_0(f_{n-1}(x)) = \frac{\frac{x}{nx+1}}{\frac{x}{nx+1} + \frac{nx+1}{nx+1}} = \frac{x}{(n+1)x+1}$ c.q.d

Opção: D

---

07. O conjunto solução da inequação $\frac{\log_{10}\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)}{(x+1)^3 (1-x)^2} \geq 0$ é:

a) $\left]-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right[\cup]1, \infty[$

b) $\left]-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right] \cup \left]\frac{2}{\sqrt{3}}, \infty\right[$

c) $\left[-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right[\cup]1, +\infty[$

d) $\left]-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right[\cup \left]1, \frac{2}{\sqrt{3}}\right]$

e) $\left]-1, -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right[\cup \left]1, \frac{2}{\sqrt{3}}\right[$

Solução:

$$\frac{\log_{10}\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)}{(x+1)^3 \cdot (1-x)^2} \geq 0$$

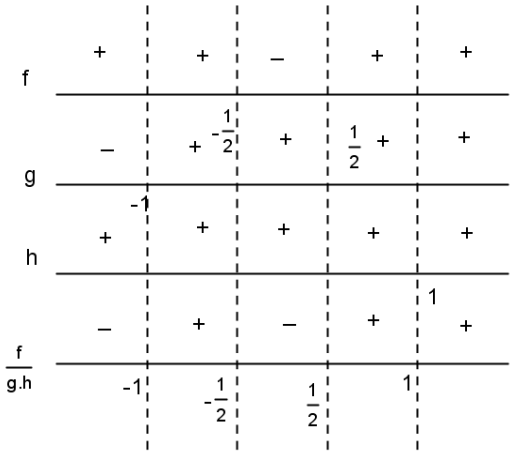
Seja $f(x) = \log_{10}\left(x^2 + \frac{3}{4}\right)$. Então $f(x) = 0 \Leftrightarrow \log_{10}\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{1}{2}$

$f(x) > 0 \Leftrightarrow \log_{10}\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) > \log_{10} 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ ou $x < -\frac{1}{2}$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow \log_{10}\left(x^2 + \frac{3}{4}\right) < \log_{10} 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$

Seja $g(x) = (x+1)^3 \Rightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \Leftrightarrow x > -1 \\ g(x) < 0 \Leftrightarrow x < -1 \end{cases}$.

Seja $h(x) = (1-x)^2 > 0$, para $x \neq 1$, portanto:



$S = \left]-1;-\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2};1\right[\cup \left]1;+\infty\right[$

Opção: A

---

08. Considere a sequência cujo termo é dado por $a_n = 4^{3-n} + i4^{4-n}$, $n \in N^*$. Se *i* é a unidade imaginária, o módulo da soma dos infinitos termos dessa sequência é:

a) $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ b) $\frac{(2^2)\sqrt{7}}{3}$ c) $\frac{(2^3)\sqrt{17}}{3}$ d) $\frac{(2^4)\sqrt{17}}{3}$ e) $\frac{(2^6)\sqrt{17}}{3}$

Solução:

A sequência a_n é uma P.G de razão $\frac{1}{4}$.

Logo, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 4^{3-n} + i\sum_{n=1}^{\infty} 4^{4-n}$

$$\left|\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right| = \left|\frac{4^2 + i.4^3}{\left(1-\frac{1}{4}\right)}\right| = \sqrt{\frac{4^6 + 4^8}{3^2}} = \sqrt{\frac{2^{12}(1+16)}{3^2}} = \frac{2^6\sqrt{17}}{3}$$

Opção: E

---

09. Os números inteiros de 1 ao 500 são escritos na disposição abaixo

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix}$$

A escrita se repete, na mesma disposição, a cada vez que se atinge o valor 500. O número escrito na quarta coluna da 134ª linha é

a) 158
b) 159
c) 160
d) 169
e) 170

Solução:
Na 4ª coluna temos inteiros da forma 5k+4, k = 0, 1, 2, 3 ...
Número de linhas de 1 até 500: $500 \div 5 = 100$ linhas
Portanto, o inteiro da 134ª linha é o mesmo da 34ª linha da 1ª disposição.
Logo, N = 5k + 4 e para k = 33 , N = 169.

Opção: D

---

10. O valor do $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{a}}{x}\right)$ é:

a) $\frac{1}{\sqrt{a}}$ b) $\sqrt{a}$ c) $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ d) $2\sqrt{a}$ e) 0

Solução:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{a}}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{a}\right).\left(\sqrt{x+a}+\sqrt{a}\right)}{x.\left(\sqrt{x+a}+\sqrt{a}\right)}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sqrt{x+a}+\sqrt{a}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{a}}$$

Opção: C

---

11. De todos os empregados de uma empresa de navegação, 31% optaram por um plano de assistência odontológica. A firma tem a matriz na capital e somente duas filiais, uma em Macaé e a outra em Piraí. Sabe-se que 50% dos empregados trabalham na matriz, 20% dos empregados trabalham na filial Macaé, 30% dos empregados da capital optaram pelo plano de assistência odontológica e que 35% dos empregados da filial de Macaé também fizeram tal opção. Qual é, então, a porcentagem dos empregados da filial de Piraí que optaram pelo Plano?
a) 40%
b) 35%
c) 30%
d) 25%
e) 15%

Solução:
Supondo que a empresa tem x funcionários:

1) 50% trabalham na matriz e 30% optaram pelo plano $\Rightarrow 0{,}3.(0{,}5x) = 0{,}15x$ Optaram
2) 20% trabalham em Macaé e 35% optaram pelo plano $\Rightarrow 0{,}2.(0{,}35x) = 0{,}07x$ Optaram
3) 30% trabalham em Piraí e k optaram pelo plano $\Rightarrow k.(0{,}3x) = 0{,}3xk$

Como 31% dos Funcionários da empresa optaram pelo plano então:

$0{,}15x + 0{,}07x + 0{,}3kx = 0{,}31x \Rightarrow 0{,}3k = 0{,}09$
K = 0,3 então 30% dos funcionários da filial de Piraí optaram pelo plano

Opção: C

12. Em uma industria é fabricado um produto ao custo de R$ 9,00 a unidade. O proprietário anuncio a venda desse produto ao preço de x reais, para que pudesse, ainda que dando ao comprador um desconto de 10% sobre o preço anunciado, obter um lucro de 40% sobre o preço unitário de custo. Nessas condições, o valor de x é
a) 14 reais.
b) 12 reais.
c) 10 reais.
d) 8 reais.
e) 6 reais.

Solução:
Preço de custo da unidade =R$ 9,00
Preço de custo com lucro de 40% = 1,4 . 9 = R$ 12,6

Como o preço do produto é de x reais, com desconto de 10% passa a ser de 0,9.x reais. Este valor corresponde ao lucro de 40% sobre o preço de custo, portanto:
$12,6 = 0,9x \Leftrightarrow x = 14$ reais

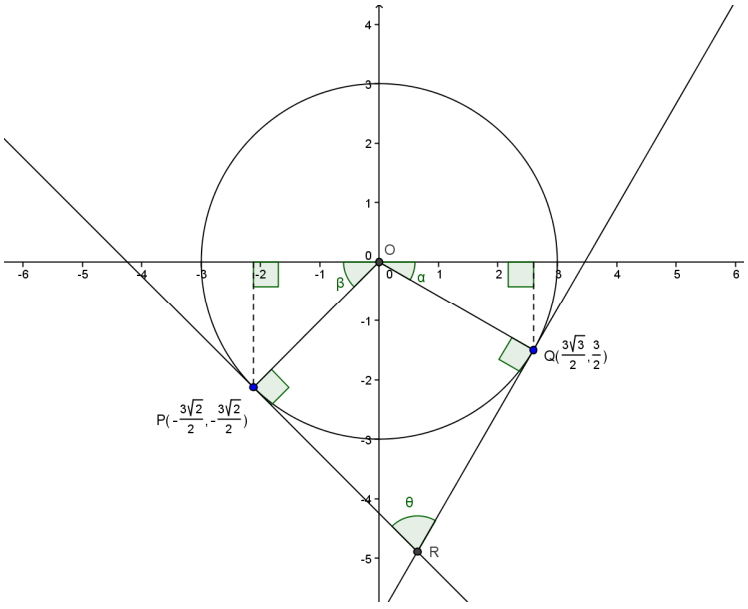
Opção: A

---

13. Se θ é o menor ângulo formado pelas retas tangentes à circunferência $x^2 + y^2 = 9$ nos pontos $P = \left(\frac{-3\sqrt{2}}{2}, \frac{-3\sqrt{2}}{2}\right)$ e $Q = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{-3}{2}\right)$ então o valor de θ, em radianos é

a) $\frac{\pi}{12}$ b) $\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{5\pi}{12}$ e) $\frac{7\pi}{12}$

Solução:



Na figura, podemos observar o quadrilátero POQR, onde os ângulos $\measuredangle POQ + \measuredangle PRQ = 180^o$.

Sejam α e β tal que $tg\alpha = \frac{3\sqrt{3}/2}{3/2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \alpha = 30^o$ e $tg\beta = \frac{3\sqrt{2}/2}{3\sqrt{2}/2} = 1 \Leftrightarrow \beta = 45^o$.

Podemos ver que $\measuredangle POQ = 105^o \Rightarrow \measuredangle PRQ = 75^o = \frac{5\pi}{12}$.

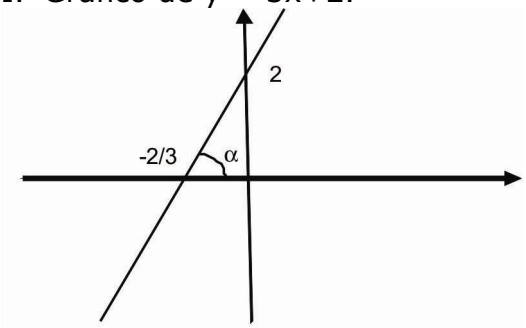
Opção: D

14. A área entre o gráfico de $y = |3x + 2| - 3$ e a reta y=3, em unidades de área vale:

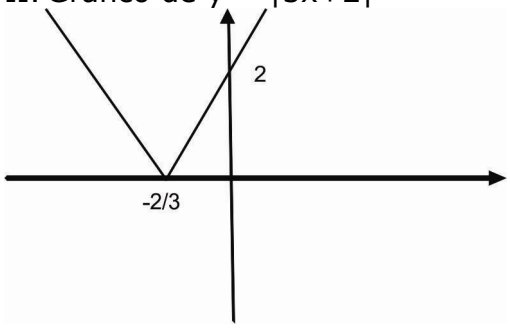
a) 6
b) 3
c) 1,5
d) 2
e) 0,5

Solução:

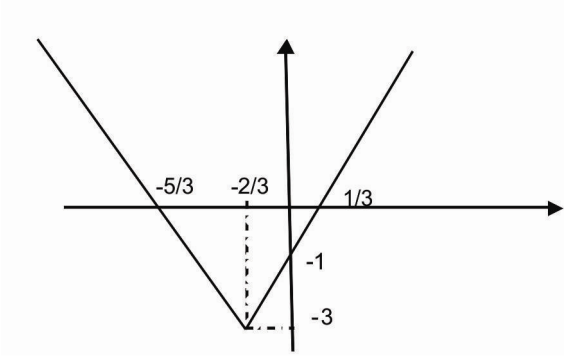
I. Gráfico de y = 3x+2.



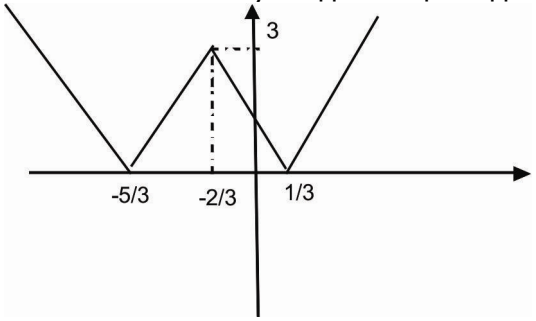
II. Gráfico de y = |3x+2|



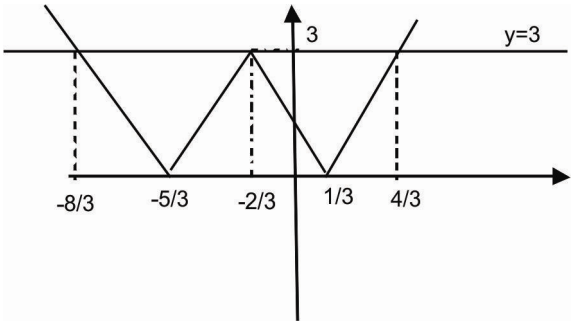
III. Gráfico de y = |3x+2| - 3



IV. Gráfico de y = ||3x+2| - 3|



Ao traçar a reta y=3, percebe-se que a área entre os dois gráficos é a área de 2 triângulos.



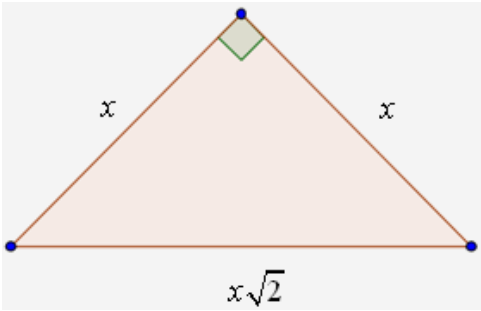
$$A_{Total} = \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2} = 6$$

Opção: A

15. Os números que exprimem o cateto, a hipotenusa e a área de um triângulo retângulo isósceles estão em progressão aritimética, nessa ordem. O cateto do triângulo, em unidades de comprimento, vale:

a) $2\sqrt{2}-1$
b) $2\sqrt{2}-2$
c) $4\sqrt{2}-2$
d) $4\sqrt{2}-4$
e) $4\sqrt{2}-1$

Solução:
Do enunciado temos:



Como x, $x\sqrt{2}$ e $\frac{x^2}{2}$ estão em P.A. $\Rightarrow 2x\sqrt{2} = \frac{x^2}{2} + x \Leftrightarrow 4\sqrt{2}x = x^2 + 2x \Rightarrow \boxed{x = 4\sqrt{2} - 2}$

Opção: C

---

16. A solução da equação $|z| + z = 1 + 3i$ é um número complexo de módulo:

a) $\frac{5}{4}$ b) 5 c) $\sqrt{5}$ d) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ e) $\frac{5}{2}$

Solução:
Seja $z = a + bi$ e $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

$|z| + z = 1 + 3i \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} + a + bi = 1 + 3i \Rightarrow b = 3$ e $\sqrt{a^2 + b^2} + a = 1$.

Logo, $\sqrt{a^2 + 9} = 1 - a \Leftrightarrow a^2 + 9 = 1 - 2a + a^2 \Rightarrow a = -4$.

$z = -4 + 3i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$.

Opção: B

---

17. O gráfico da função $f(x) = \left[\text{arctg}\left(\frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}\right) - \frac{\pi}{5}\right].\left[-x - \frac{\pi}{7}\right]$ intercepta o eixo x nos pontos de coordenadas:

a) $\left(-\frac{\pi}{7}, 0\right)$ e $\left(\frac{\pi}{5}, 0\right)$
b) $\left(-\frac{\pi}{7}, 0\right)$ e $\left(-\frac{\pi}{5}, 0\right)$
c) $\left(-\frac{\pi}{7}, 0\right)$ e $\left(-\frac{\pi}{5}, 0\right)$
d) $\left(0, -\frac{\pi}{7}\right)$ e $\left(0, \frac{\pi}{5}\right)$
e) $\left(0, \frac{\pi}{7}\right)$ e $\left(0, -\frac{\pi}{5}\right)$

Solução:
O gráfico intercepta o eixo x nos pontos onde f(x) = 0. Como f(x) é o produto de duas expressões, temos:

$$\left[\text{arctg}\left(\frac{\text{sen}x}{\cos x}\right)-\frac{\pi}{5}\right].\left[-x-\frac{\pi}{7}\right]=0\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\text{arctg}\left(\frac{\text{sen}x}{\cos x}\right)-\frac{\pi}{5}\right]=0\Leftrightarrow\text{arctg}(\text{tg}x)=\frac{\pi}{5}\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{5}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\\ \text{Ou}\\ \left[-x-\frac{\pi}{7}\right]=0\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{7}\end{cases}$$

Assim f(x) intercepta o eixo x numa infinidade de pontos, dentre os quais estão os pontos $\left(-\frac{\pi}{7},0\right)$ e $\left(\frac{\pi}{5},0\right)$

Opção: A

---

18. O valor de λ na equação $y^3-61y^2+\lambda y-5832=0$ de modo que suas raízes estejam em progressão geométrica, é:
a) 1017
b) 1056
c) 1078
d) 1098
e) 1121

Solução:

Como as Raízes estão em progressão geométrica, temos três raízes na forma $\frac{r}{q}$, r e rq

- Produto das raízes: $r^3=2^3\times3^6\Rightarrow r=2\times9=18$
- Soma dos produtos 2 a 2: $\lambda=\frac{r^2}{q}+r^2q+r^2=r^2\left[\frac{1}{q}+q+1\right]$ (I)
- Soma das raízes: $61=\frac{r}{q}+r+rq=r\left[\frac{1}{q}+q+1\right]$ (II)

Fazendo $\frac{(I)}{(II)}:\frac{r^2\left[\frac{1}{q}+q+1\right]}{r\left[\frac{1}{q}+q+1\right]}=\frac{\lambda}{61}=r\Leftrightarrow\lambda=61.r\Leftrightarrow\lambda=1098$

Opção: D

---

19. Sabendo que o polinômio $P(x)=x^3+kx^2+px-9$ é divisível por $D(x)=x^2-3$, podemos afirmar que:
a) $p+k=-3$
b) $\frac{p}{k}=-1$
c) $p+k=-9$
d) $p\in N$ e $\sqrt{k}\in\mathbb{R}$
e) $p^k=\sqrt[4]{3}$

Solução:

Como P(x) é divisível por D(x), temos $P(x) = x^3 + kx^2 + px - 9 = (x^2 - 3)Q(x)$.

Logo $\begin{cases} P(\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} + 3k + \sqrt{3}p - 9 = 0 \\ P(-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} + 3k - \sqrt{3}p - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (I)\sqrt{3}(3+p) = 3(3-k). \\ (II)\sqrt{3}(3+p) = 3(k-3) \end{cases}$

Igualando (I) e (II) temos $3(3-k) = 3(k-3) \Leftrightarrow 2k = 6 \Leftrightarrow k = 3$

Substituindo k, temos $(I)\sqrt{3}(3+p) = 3(3-k) = 3(3-3) = 0 \Leftrightarrow p = -3$

Logo, $\frac{p}{k} = -1$

Opção: B

---

20. Considere a matriz $A=\begin{bmatrix} x & 2-x & 1 \\ 2 & 3x+1 & -1 \\ -4x+1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, então o valor de *f* no ponto de abscissa 1, onde *f(x)*=det (*A*), é:

a) 18
b) 21
c) 36
d) 81
e) 270

Solução:

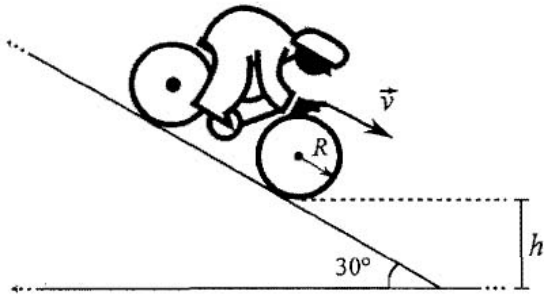
Como o objetivo é calcular f(x) para x=1, temos:

$$f(1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ -3 & 2 & 0 \end{vmatrix} \overset{L_2' = L_1 + L_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ -3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 6 + 15 = 21$$

Opção: B

FÍSICA

21. Devido à resistência do ar, após algum tempo descendo sem pedalar um longo plano inclinado de 30°, o ciclista da figura atingiu uma velocidade escalar máxima constante *v*, com as rodas de raio igual a 25,0 cm girando, sem deslizar, com frequência angular de 10 rad/s. Nessa velocidade, considerando uma altura inicial *h* igual a 75,0 m, a roda dianteira tocara o plano horizontal num intervalo de tempo, em segundos, igual a



a) 375 b) 240 c) 150 d) 60,0 e) 33,3

Solução

$R = 25\ cm = 0,25\ m$

$\omega = 10\ \ rad/s$

$h = 75\ m$

$\theta = 30°$

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{2\,h}{\omega\,R} = \frac{2 \times 75}{10 \times 0,25} = 60$$

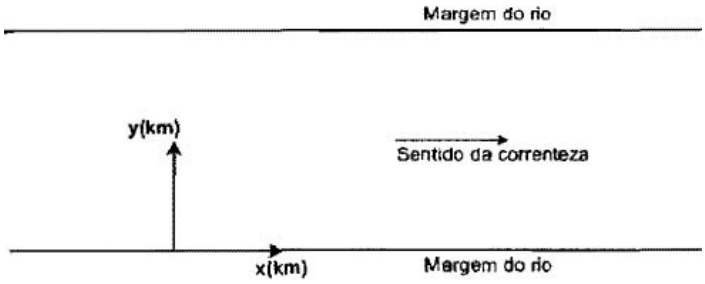
$\Delta t = 60,0\ \ s$

Opção: D

---

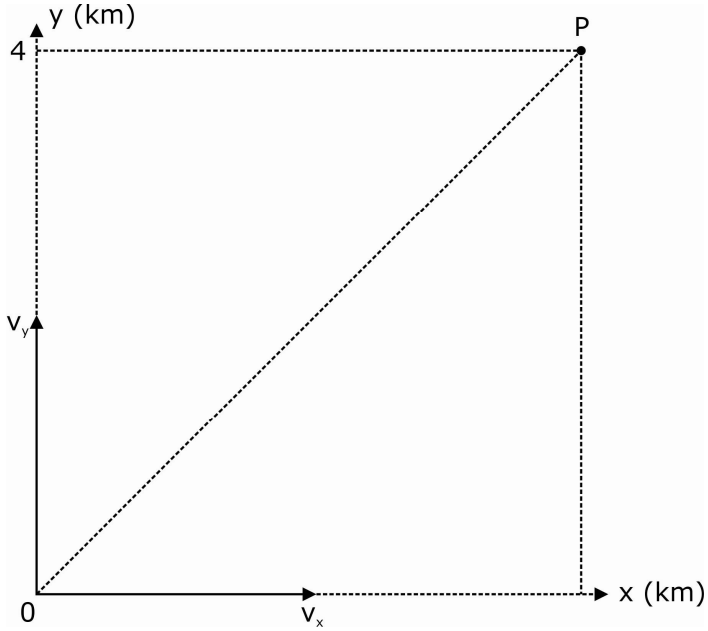
22. Um barco atravessa um rio de margens paralelas e largura de 4,0 km. Devido à correnteza, as componentes da velocidade do barco são $V_x = 0,50\ km/h$ e $V_y = 2,0\ km/h$.

Considerando que, em t = 0, o barco parte da origem do sistema cartesiano *xy* (indicado na figura), as coordenadas de posição, em quilômetro, e o instante, em horas, de chegada do barco à outra margem são



a) (1,0 ; 4,0) e 1,0
b) (1,0 ; 4,0) e 2,0
c) (2,0 ; 4,0) e 4,0
d) (16 ; 4,0) e 4,0
e) (16 ; 4,0) e 8,0

Solução:



$\Delta t = \dfrac{\Delta S_y}{v_y} = \dfrac{4}{2} = 2 \Rightarrow \Delta t = 2{,}0 \text{ h}$

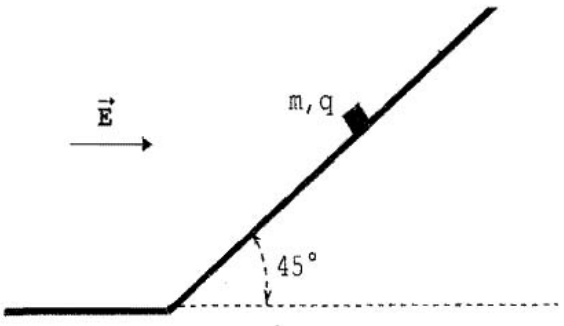
$\Delta S_x = v_x \, \Delta t = 0{,}5 \text{ x } 2 \Rightarrow \Delta S_x = 1{,}0 \text{ km}$

$P : (1{,}0 \ ; \ 4{,}0)$ em $\Delta t = 2{,}0$ h

Opção: B

---

23. Um pequeno bloco de massa m = 40,0 g e carga elétrica positiva q = 2,00 μC é colocado sobre um plano inclinado de 45° em relação à horizontal, conforme a figura. Sabendo que o coeficiente de atrito estático é $\mu_e = 1/3$, o módulo do campo elétrico horizontal mínino, em kN/C, atuando sobre o bloco, de modo a mantê-lo em equilíbrio estático é



a) 100 b) 150 c) 175 d) 200 e) 225

Solução:

$$\begin{cases} P \operatorname{sen}\theta - F \cos\theta - fat = 0 \\ fat = \mu (P \cos\theta + F \operatorname{sen}\theta) \end{cases}$$

$P \operatorname{sen}\theta - F \cos\theta - \mu (P \cos\theta + F \operatorname{sen}\theta) = 0$

Logo:

$F = 2 \text{ x } 10^{-1} \text{ N}$

$E = \dfrac{F}{q} = \dfrac{2 \text{ x } 10^{-1}}{2 \text{ x } 10^{-6}}$

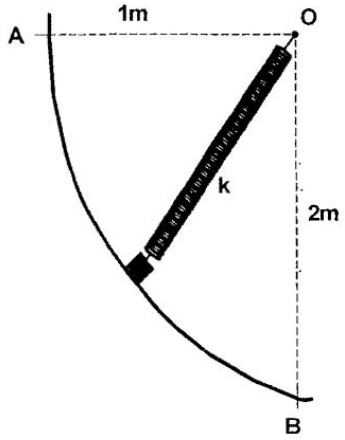
$E = 1{,}00 \text{x} 10^{5} \, {}^{N}\!/_{C}$ ou $100 \, {}^{kN}\!/_{C}$

Opção: A

---

24. Na figura, temos um bloco de massa m = 30,0 kg preso a uma mola de constante elástica *k=200 N/m* e comprimento natural L = 3,00 metros, a qual tem seu outro extremo fixo no ponto O. O bloco é abandonado no ponto *A* com velocidade nula e desliza sem atrito sobre a pista de descida *AB,* a qual se encontra no plano vertical que contém o ponto *O*. A velocidade do bloco, em *m/s,* ao atingir o ponto *B,* aproximadamente, é:

Dado: g=10,0 m/s^2



a) 3,70 b) 5,45 c) 7,75 d) 9,35 e) 11,0

Solução:

Por conservação de energia

$E_{MA} = E_{MB}$ ou $mgh_A + \dfrac{kx_A^2}{2} = \dfrac{mv_B^2}{2} + \dfrac{kx_B^2}{2}$

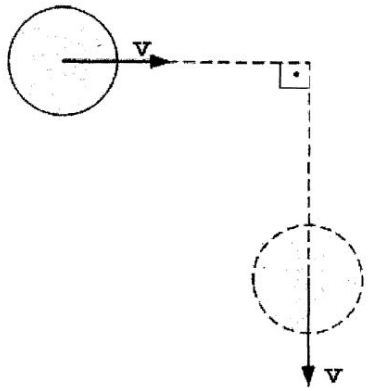
donde $30 \times 10 \times 2 + \dfrac{200 \times (3-1)^2}{2} = \dfrac{30 \times v_B^2}{2} + \dfrac{200 \times (3-2)^2}{2}$

portanto $600 + 400 - 100 = 15 \, v_B^2$ e finalmente

$v_B^2 = 60$ ou $v_B \cong 7{,}75 \text{ m/s}$

Opção: C

25. Uma bola, de massa 0,20 kg e velocidade $\vec{v}$ de módulo igual a 5,0 *m/s,* é atingida por um taco e sofre um desvio de 90° em sua trajetória. O módulo de sua velocidade não se altera, conforme indica a figura, Sabendo que a colisão ocorre num intervalo de tempo de 20 milissegundos, o módulo, em newtons, da força média entre o taco e a bola, é:



a) $30\sqrt{2}$
b) $50\sqrt{2}$
c) $30\sqrt{3}$
d) $50\sqrt{3}$
e) $30\sqrt{5}$

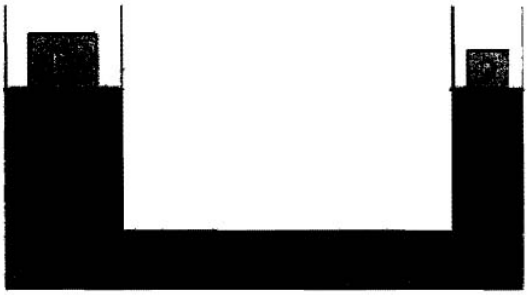
Solução:
Fazendo $\vec{I} = \overrightarrow{\Delta Q}$ ou $\vec{F} \times \Delta t = m \times \overrightarrow{\Delta v}$ vem

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{0,20 \times 5,0\sqrt{2}}{20 \times 10^{-3}} \therefore \left|\vec{F}\right| = 50\sqrt{2}\ \text{N}$$

Opção: B

---

26. Na figura, temos a representação de uma prensa hidráulica em equilíbrio, com seus êmbolos nivelados. A carga *P* tem peso de módulo 220 newtons e está apoiada sobre um êmbolo de área igual a 100 cm^2. A carga *Q* esta apoiada no outro êmbolo cuja área é de 50,0 cm^2. Sendo g=10,0 m/s^2, a massa, em gramas, da carga *Q,* é:



a) $1,10 \cdot 10^3$
b) $2,20 \cdot 10^3$
c) $1,10 \cdot 10^4$
d) $2,20 \cdot 10^4$
e) $1,10 \cdot 10^5$

Solução:

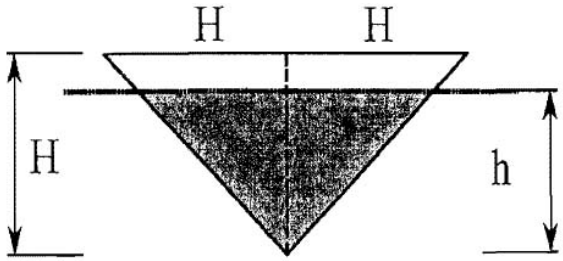
Por Pascal $\Delta Pr_1 = \Delta Pr_2$ portanto $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$ ou $\frac{220}{100} = \frac{m \times 10}{50}$ donde

$m = 11kg$ ou $m = 1{,}1 \times 10^4\ g$

Opção: C

---

27. Um iceberg com densidade uniforme tem sua secção reta na forma de um triângulo isósceles, sendo a base maior (lado flutuante) paralela à superfície da água do mar, e medindo o dobro da altura H (ver figura). Considerando a massa específica do gelo igual a 90% da massa específica da água do mar, a razão $\frac{h}{H}$, é:



a) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ b) $\frac{10}{11}$ c) $\frac{9}{10}$ d) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ e) $\frac{1}{10}$

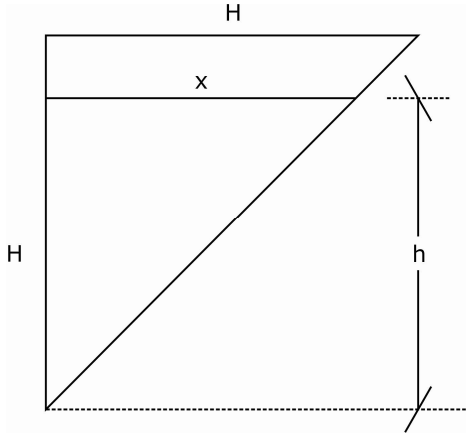
Solução:

E = P

$\mu_a \not{g}\ A_i \not{L} = \mu_g \not{g}\ A \not{L}$

$\frac{A_i}{A} = \frac{\mu_g}{\mu_a} = \frac{9}{10}$

pela figura:



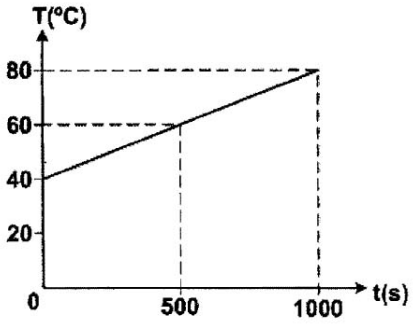
$\frac{h}{x} = \frac{H}{H} = 1$

$\boxed{x = h}$

$\frac{A_i}{A} = \frac{\not{2}\ h^2}{\not{2}\ H^2} = \frac{9}{10} \Rightarrow \boxed{\frac{h}{H} = \frac{3}{\sqrt{10}}}$

Opção: A

28. No interior de um calorímetro, totalmente preenchido por 0,40 kg de certa substância, há um termômetro e um resistor elétrico, todos inicialmente em equilíbrio térmico, na temperatura de 40°C. No instante t = 0, o resistor foi conectado a uma bateria, passando a dissipar 80 watts. A leitura do termômetro permitiu a construção do gráfico da temperatura *T* da substância em função do tempo *t*, mostrado na figura. Considerando que toda a energia dissipada pelo resistor é absorvida pela substância, o calor específico da substância, em J/g°C, é igual a



a) 3,0 b) 3,5 c) 4,0 d) 4,5 e) 5,0

Solução:

$m_c = 0,40$ kg

$\theta_0 = 40°C$

C_x em $\frac{J}{g\ °C}$

$Q = P \times \Delta t \Rightarrow Q = 80 \times 500 = 40000$ J

$Q = m_x\ C_x\ \Delta\theta \Rightarrow C_x = \frac{40000}{0,4 \times 20}$

$C_x = 5000\ \frac{J}{kg\ °C}$ ou

$C_x = 5\ \frac{J}{g\ °C}$

Opção: E

---

29. Em certo processo termodinâmico, 500 g de água são aquecidos de 20,0° a 80,0°C e, ao mesmo tempo, é realizado um trabalho de $3,20.10^5$ J *sobre* o sistema. A variação de energia interna, em kJ, é:

Dado: calor específico da água = 4,20 kJ/kg°C.

a) 194 b) 236 c) 386 d) 446 e) 586

Solução:

$Q = m\ \ c\ \Delta t = 0,5 \times 4,2 \times 10^3 \times 60$

$Q = 1,26 \times 10^5 J$

$Q = \Delta U + W$

$1,26 \times 10^5 = \Delta U - 3,2 \times 10^5$

$\Delta U = (1,26 + 3,2) \times 10^5$

$\Delta U = 4,46 \times 10^5$ J ou $\Delta U = 446$ kJ

Opção: D

---

30. Um fio de nylon de comprimento L = 2,00 m sustenta verticalmente um bola de metal que tem densidade absoluta de $4{,}00.10^3$ kg/m^3. A frequência fundamental das ondas estacionárias que se formam no fio é 300 Hz. Se então, a bola for totalmente imersa em água, a nova frequência fundamental, em hertz é:
Dado: massa específica da água = $1{,}00.10^3$ kg/m^3
a) 75,0
b) $75{,}0\sqrt{2}$
c) $150\sqrt{3}$
d) $175\sqrt{2}$
e) $200\sqrt{2}$

Solução:
$L = 2{,}00\,m$
$\mu_c = 4{,}00x10^3\ kg/m^3$
$f = 300\,H_2$
$\mu_a = 1{,}00x10^3\ kg/m^3$
d – Densidade linear da corda.

$$\begin{cases} f' = \dfrac{m}{2L}.\sqrt{\dfrac{P-E}{d}} \\ f = \dfrac{m}{2L}\sqrt{\dfrac{P}{d}} \end{cases} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \sqrt{\frac{P-E}{P}}$$

$$\Rightarrow \frac{f'}{300} = \sqrt{1 - \frac{\cancel{10^3}}{4 \times \cancel{10^3}}} \Rightarrow \frac{f'}{300} = \sqrt{\frac{3}{4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f' = 150\sqrt{3}\ Hz$$

Opção: C

---

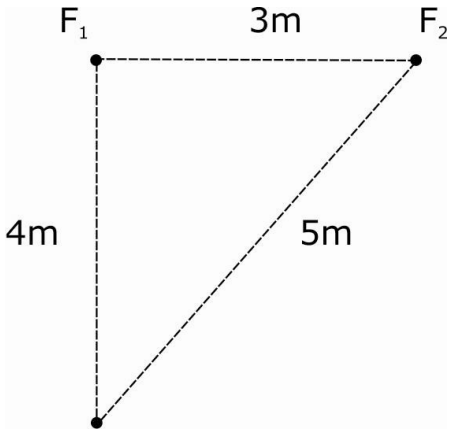
31. Sinais sonoros idênticos são emitidos em fasepor duas fontes pontuais idênticas separadas por uma distância igual a 3,00 metros. Um receptor distante 4,00 metros de uma das fontes e 5,00 metros da outra perceberá, devido à interferência destrutiva total, um sinal de intensidade sonora mínima em determinadas frequências. Uma dessas frequências, em kHz, é:

Dado: velocidade do som, V_S=340 m/s

a) 1,36
b) 1,70
c) 2,21
d) 5,10
e) 5,44

Solução:

$$d = \lambda\left(N + \frac{1}{2}\right)$$



Como: $d = 5 - 4 = 1$

$d = 1$ m

Para N = 6 teremos:

$$1 = \lambda\left(6 + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2}{13}\ \text{m}$$

$$v = \lambda\ f \Rightarrow f = \frac{340}{\frac{2}{13}} = \frac{340 \times 13}{2}$$

$f = 2210$ Hz ou $f = 2,21$ kHz

Opção: C

---

32. Um atleta parado em um cruzamento ouve o som, de frequência igual a 650 Hz, proveniente da sirene de um ambulância que se aproxima. Imediatamente após a passagem da ambulância pelo cruzamento, o atleta ouve o som da mesma sirene na frequência de 50 Hz. Considerando o ar sem vento de todos os movimentos na mesma direção, a velocidade da ambulância, em km/h é

Dado: velocidade do som no ar = –340 m/s

a) 80,0
b) 90,0
c) 93,0
d) 102
e) 110

Solução:

$$f_a = f_0\,\frac{v_{som} \pm v_{obs}}{v_{som} \pm v_{fonte}}$$

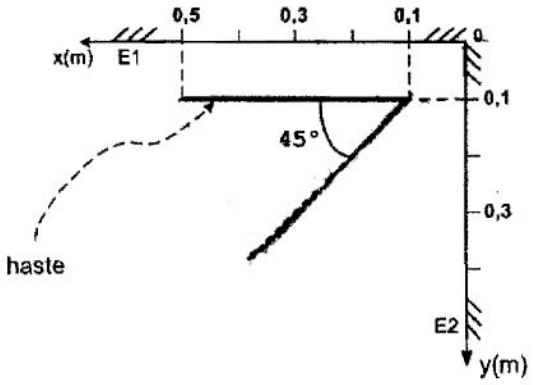
$$\begin{cases} 650 = f_0\ \dfrac{340 \pm 0}{340 - v} \\ 550 = f_0\ \dfrac{340 \pm 0}{340 + v} \end{cases}$$ dividindo

$v = 28,3$ m / s ou $v = 102$ km / h

Opção: D

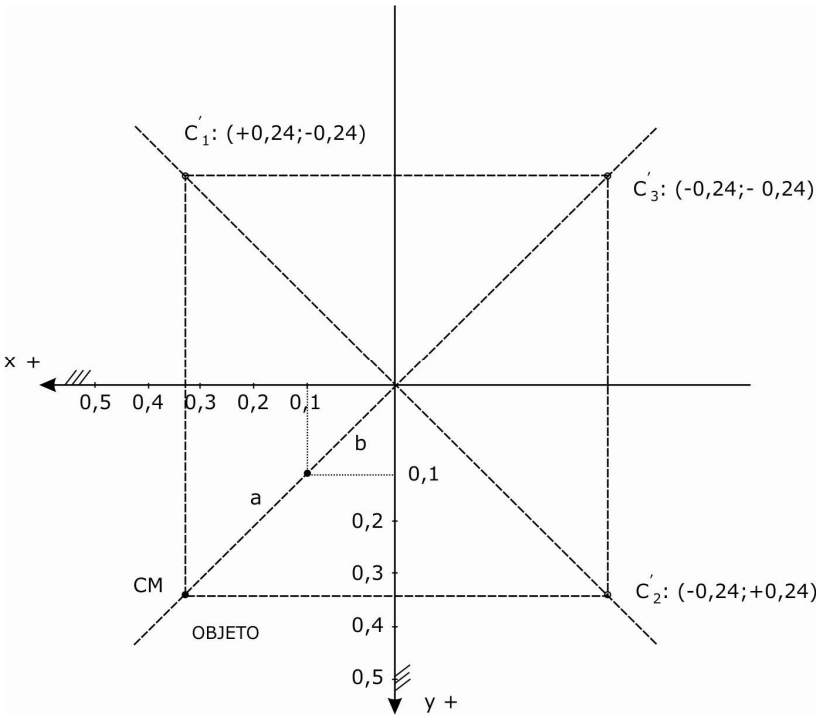
33. Considere os espelhos planos *E1* (ao longo do eixo *x*), *E2* (ao longo do eixo *y*) e a haste uniforme de 0,40 metros (paralela ao eixo *x*, extremidade direita fixa), posicionados no plano *xy*, conforme a figura. Se a haste girar 45° no sentido anti-horário, as coordenadas (*x;y*) das imagens do centro de massa da haste serão:

Dado:
sen 45° = cos 45° = 0,7



a) (0 ; 0,24) (0,24 ; 0)
b) (0,24 ; –0,24) (–0,24 ; 0,24)
c) (0,14 ; –0,14) (–0,14 ; 0,14)
d) (0,24 ; –0,24) (–0,24 ; 0,24)
(–0,24 ; –0,24)
e) (0,14 ; –0,14) (–0,14 ; 0,14)
(–0,14 ; –0,14)

Solução:
Teremos: $a = 0,2$ m e $b = \sqrt{2} \times 0,1 = 0,14$ m
$a + b = 0,34$ m
Com isto: $x = y = 0,238$
$x = y \cong 0,24$ m



Opção: D

34. Um objeto linear, real, perpendicular ao eixo principal de um espelho esférico côncavo, forma nesse espelho uma imagem direita a ampliada por um fator igual a três. Sabendo que a distância entre objeto e imagem é de 80 cm, a distância focal, em cm, do espelho, é:
a) +10
b) +15
c) +20
d) +25
e) +30

Solução:

$$\begin{cases} A = -\dfrac{p'}{p} = 3 \Rightarrow p' = -3p \\ |p'| + p = 80\,cm \end{cases}$$

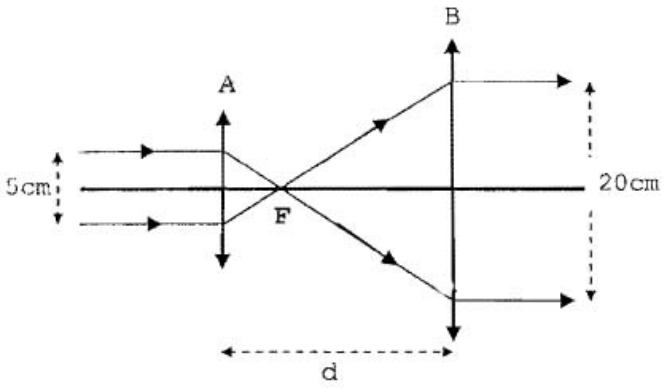
$p = 20\,cm$ e $p' = -60\,cm$

$$f = \frac{pp'}{p + p'} \Rightarrow f = 30\,cm$$

Opção: E

---

35. Dois raios de luz, separados entre si de 5,0 centímetros, incidem paralelamente ao eixo principal de uma lente delgada *A*. Os raios emergentes incidem sobre a lente delgada *B*, saindo paralelos e separados entre si de 20 centímetros. Considerando que a distância focal da lente *A* é igual a 2,0 centímetros, a distância *d*, em centímetros, entre as lentes, é:



a) 10 b) 12 c) 14 d) 20 e) 25

Solução:
Por semelhança:

$$\frac{f_1}{5} = \frac{f_2}{20} \Rightarrow f_2 = \frac{20 \times 2}{5} \Rightarrow f_2 = 8 \text{ cm}$$

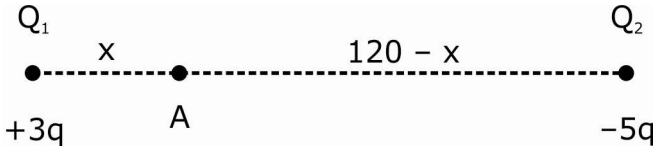
Logo $d = f_1 + f_2 \Rightarrow d = 10$ cm

Opção: A

36. Duas cargas elétricas puntiformes, de valores +3q (positiva) e –5q (negativa) estão separadas por uma distância linear de 120 cm. Considere o potencial elétrico nulo no infinito (potencial de referência), e as cargas isoladas. Nessas condições, um ponto A, pertencente ao segmento de reta que une as cargas, terá potencial elétrico nulo se sua distância, em cm, à carga positiva +3q for de:

a) 75,0 b) 60,0 c) 50,0 d) 48,0 e) 45,0

Solução:



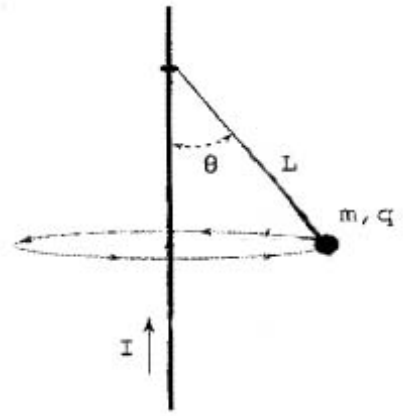
$$V_{Q_1} = V_{Q_2} \Rightarrow \frac{k \cdot 3q}{x} = \frac{k \cdot 5q}{120 - x}$$

donde x = 45,0 cm

Opção: E

---

37. Uma pequena esfera de massa m = $2{,}0.10^{-6}$ kg e carga elétrica positiva q=+0,30 coulombs gira, no sentido anti-horário (vista superior), ao redor de uma haste condutora vertical. A esfera e o pequeno anel em contato com a haste são interligados por um fio isolante e inextensível, de massa desprezível e comprimento $L = 2\sqrt{3}$ m (ver figura). O ângulo entre a haste e o fio é $\theta = 30°$, e pela haste sobe uma corrente elétrica I=100 amperes. A velocidade escalar da esfera, em m/s, é



a) 0,5 b) 1,0 c) $\sqrt{3}$ d) 2,0 e) $\sqrt{10}$

Solução:

Como $\vec{B}$ e $\vec{v}$ encontram-se sempre no mesmo sentido a força magnética é nula.

$R = \sqrt{3}$ m

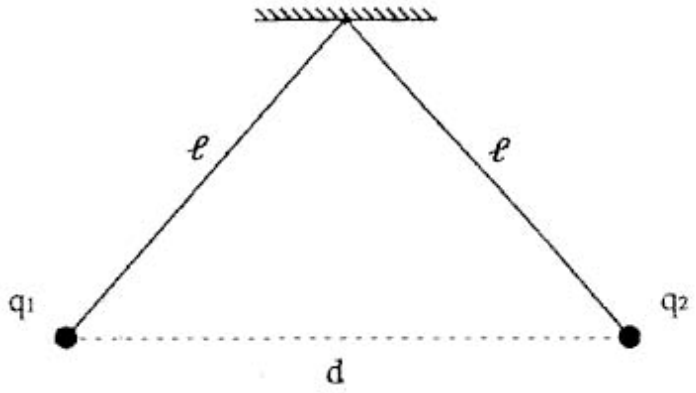
$$\begin{cases} P \operatorname{sen} 30° = \dfrac{mv^2}{R} \\ T \cos 30° = mg \end{cases}$$

$$v^2 = g\,R\,\operatorname{tg} 30° \Rightarrow v = \sqrt{10}\ \text{m/s}$$

Opção: E

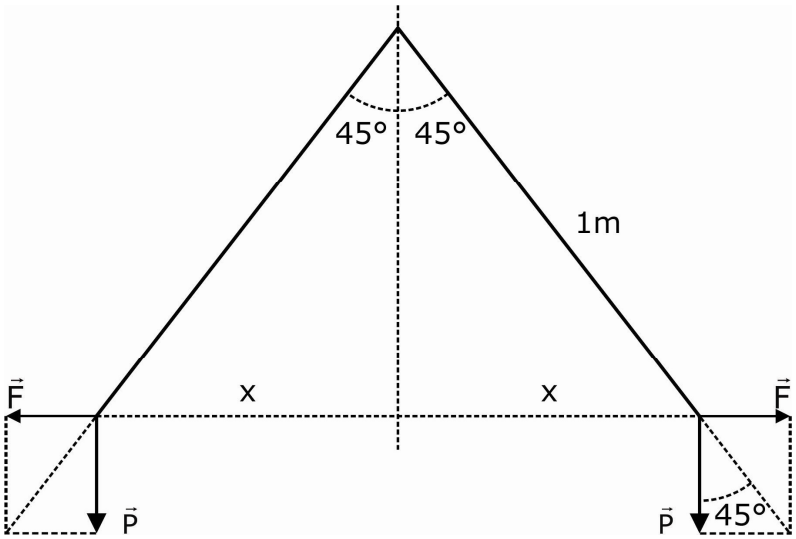
---

38. Duas pequenas esferas (seus diâmetros são desprezíveis) não condutoras, carregadas positivamente com cargas q_1 e q_2, encontram-se em equilíbrio eletrostático penduradas por fios isolantes de massa desprezível e comprimento l = 1,0 m cada, fixados no mesmo ponto de teto. Considerando que o módulo da força eletrostática que atua sobre cada esfera é igual ao seu peso, a distância d, em metros, entre os centros das esferas, é:



a) 2/3 b) 1,0 c) $\sqrt{2}$ d) 2,0 e) $2\sqrt{3}$

Solução:



Como $\left|\vec{F}\right| = \left|\vec{P}\right|$ teremos:

$d = 2 \cdot x \Rightarrow$

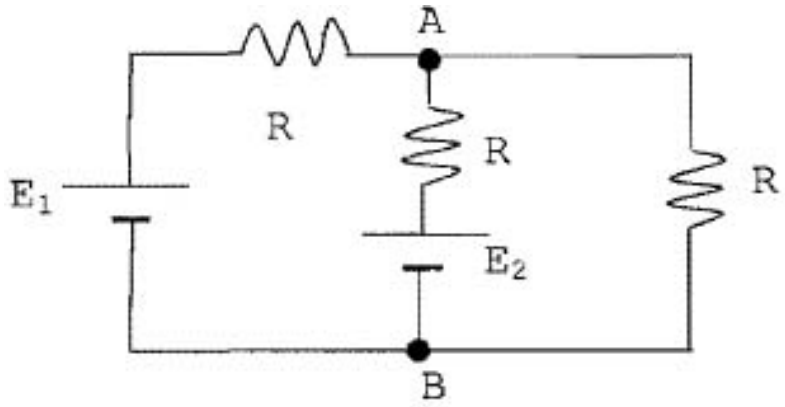
$\Rightarrow d = 2 \cdot \ell \ \text{sen}\, 45°$

$\Rightarrow d = 2 \ \text{x} \ 1 \ \text{x} \ \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow d = \sqrt{2}$ m

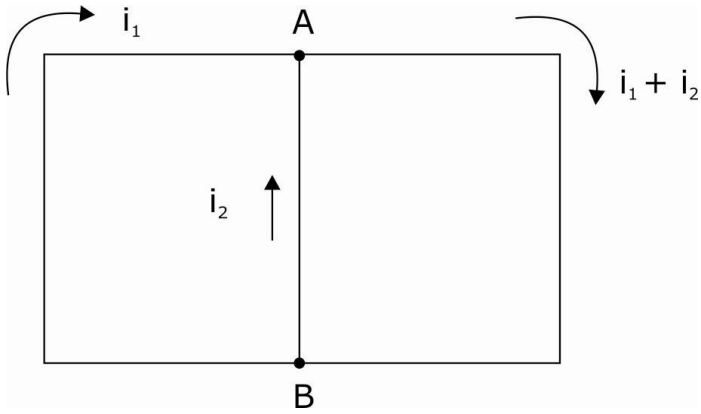
Opção: C

39. Na figura, temos o esquema de um circuito, onde R = 4,0 Ω, E_1 = 8,0 V e E_2 = 4,0 V. Qual a diferença de potencial, em volts, entre os pontos *A* e *B*?



a) 2,0 b) 4,0 c) 6,0 d) 8,0 e) 10

Solução:



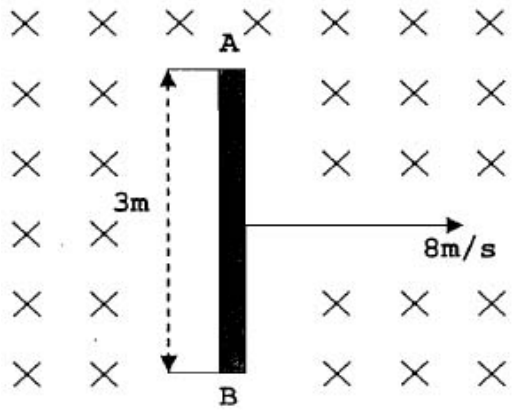
$$\begin{cases} -8 + 4\,i_1 - 4\,i_2 + 4 = 0 & \text{I} \\ 4(i_1 + i_2) - 4 + 4\,i_2 = 0 & \text{II} \end{cases}$$

Logo: $i_1 = 1$ A e $i_2 = 0$

Com isto: $V_{AB} = -4 \times 1 + 8 \Rightarrow V_{AB} = 4$ V

Opção: B

40. A haste AB de cobre mede 3,0 metros e move-se, com velocidade constante igual a 8,0 m/s, numa região de campo magnético uniforme de módulo 1,5 tesla. A direção do campo é perpendicular ao plano da página e o seu sentido é voltado para dentro desta, conforme indica a figura. A diferença de potencial, em volts, entre as extremidades A e B da haste, é:



a) 36 b) 32 c) 28 d) 24 e) 20

ℓ = 3,0 m
v = 8,0 m/s
B = 1,5 T
$\theta = 0°$
$e = B\ \ell\ v\ \cos\theta$
$e = 1{,}5 \times 3 \times 8 \times \Rightarrow e = 36$ V

Opção: A