CONCURSO DE ADMISSÃO AO CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

2010

1ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

A base de um prisma reto $ABCA_1B_1C_1$ é um triângulo com o lado AB igual ao lado AC. O valor do segmento CD vale *x*, onde D é o ponto médio da aresta lateral AA_1. Sabendo que α é o ângulo ACB e β é o ângulo DCA, determine a área lateral do prisma em função de x, α e β.

2ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Determine o valor da excentricidade da cônica dada pela equação $x^2 - 10\sqrt{3}\,xy + 11y^2 + 16 = 0$.

3ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Sejam $z_1 = 10 + 6i$ e $z_2 = 4 + 6i$, onde i é a unidade imaginária, e z um número complexo tal que $\arg\left(\dfrac{z - z_1}{z - z_2}\right) = \dfrac{\pi}{4}$, determine o módulo do número complexo $(z - 7 - 9i)$.

Obs.: arg(w) é o argumento do número complexo w.

4ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Os números m, 22.680 e n fazem parte, nessa ordem, de uma progressão geométrica crescente com razão dada por q. Sabe-se que:

- existem, pelo menos, dois elementos entre m e 22.680;
- n é o sexto termo dessa progressão geométrica;
- $n \le 180.000$.

Determine os possíveis valores de m e n, sabendo que m, n e q são números naturais positivos .

5ª QUESTÃO	**Valor: 1,0**

Seja ABC um triângulo onde α, β e γ são os ângulos internos dos vértices A,B e C, respectivamente. Esse triângulo está inscrito em um círculo de raio unitário. As bissetrizes internas desses ângulos interceptam esse círculo nos pontos A_1, B_1 e C_1, respectivamente. Determine o valor da expressão

$$\frac{\overline{AA_1}\cos\frac{\alpha}{2} + \overline{BB_1}\cos\frac{\beta}{2} + \overline{CC_1}\cos\frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\beta + \operatorname{sen}\gamma}.$$

6ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Resolva a equação $z^2 + \frac{9z^2}{(z+3)^2} = -5$, onde z pertence ao conjunto dos números complexos.

7ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Seja *x* um número inteiro positivo menor ou igual a 20.000. Sabe-se que $2^x - x^2$ é divisível por 7. Determine o número de possíveis valores de *x*.

8ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Uma pessoa lança um dado n vezes. Determine, em função de n, a probabilidade de que a sequência de resultados obtidos pelos lançamentos dos dados se inicie por 4 e que, em todos eles, a partir do segundo, o resultado seja maior ou igual ao lançamento anterior.

9ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Sejam o polinômio $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$ e os conjuntos $A = \{ p(k) / k \in IN \text{ e } k \leq 1999\}$, $B = \{ r^2 + 1 / r \in IN \}$ e $C = \{ q^2 + 2 / q \in IN \}$. Sabe-se que $y = n(A \cap B) - n(A \cap C)$, onde n(E) é o número de elementos do conjunto E. Determine o valor de y.

Obs.: IN é o conjunto dos números naturais.

10ª QUESTÃO	Valor: 1,0

Mostre que o determinante abaixo apresenta valor menor ou igual a 16 para todos valores de a, b e c, pertencentes ao conjunto dos números reais, que satisfazem a equação $a^2 + b^2 + c^2 = 4$.

$$\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ c+a & a+b & b+c \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$$