UNICAMP
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

COMVEST
Comissão Permanente para os Vestibulares

2007

vestibular nacional UNICAMP

2ª Fase

Física

Física

INTRODUÇÃO

A prova de Física do Vestibular da Unicamp caracteriza-se por propor situações reais nas quais conceitos básicos do programa do Ensino Médio são suficientes para a análise. Em alguns casos, em que relações e definições que não fazem parte desse programa são necessárias, elas são fornecidas. Espera-se que o candidato seja capaz de analisar as situações propostas à luz dos conceitos básicos do Ensino Médio, que ele analise gráficos e relações fornecidas e obtenha os resultados pedidos.

Uma característica importante perseguida pelo Vestibular da Unicamp é trazer a Física para o mundo próximo do egresso do Ensino Médio, enfatizando assim a importância da ciência para a cidadania. O Vestibular Unicamp 2007 não foi diferente. As questões de Física se inseriram nos mais variados contextos: cancelas automáticas de pedágio de rodovias, micro-máquinas, freios automobilísticos, as instalações hidráulicas de uma casa, as órbitas de Plutão e da Terra, aspectos de insalubridade no trabalho, camadas de gelo em tanques de água em regiões frias, torradeiras domésticas, televisores a plasma, as cores de uma película na superfície da água e aceleradores de partículas. Uma aplicação da conservação da quantidade de movimento no contexto divertido de um filme infantil aparece na questão 3.

Uma variada gama de tópicos do conteúdo do Ensino Médio foi coberta na seleção das questões. Foram cinco questões de mecânica (abrangendo cinemática, dinâmica, força e energia elásticas, força de atrito, quantidade de movimento, estática de corpos rígidos e dinâmica planetária), uma questão de hidrologia, uma questão sobre ondas sonoras, uma questão de termologia, duas de eletricidade, uma de ótica e uma de Física Moderna. Duas questões exigiam a leitura correta de gráficos. Na questão 5, o candidato deveria determinar as unidades de uma grandeza física não familiar munido da definição fornecida e posteriormente calculá-la a partir de uma estimativa da vazão de uma torneira doméstica. Em várias questões relações e/ou definições importantes foram fornecidas, tanto em forma matemática explícita (questões 5, 7, 8, 10, 11 e 12), como através de relações de proporcionalidade entre grandezas (questões 8 e 10).

Um grande número de questões é proposto pela banca elaboradora da prova de Física, sendo que as doze questões da prova são selecionadas tendo em vista o equilíbrio entre questões fáceis e difíceis e uma ampla cobertura do programa. Após a seleção, as questões passam por um trabalho de aprimoramento na descrição dos dados correspondentes à situação ou ao fenômeno físico, e na clareza do que é perguntado. Formuladas as questões, elas são submetidas a um professor revisor. Para ele, as questões são inteiramente novas e desconhecidas. Sua crítica a elas se fará em termos da clareza dos enunciados, do tempo para resolvê-las, da adequação da linguagem e do programa, bem como da eventual semelhança com questões de provas anteriores. A banca elaboradora não mantém bancos de questões, tão pouco utiliza questões de livros ou qualquer compilação de problemas.

1. Em muitas praças de pedágio de rodovias existe um sistema que permite a abertura automática da cancela. Ao se aproximar, um veículo munido de um dispositivo apropriado é capaz de trocar sinais eletromagnéticos com outro dispositivo na cancela. Ao receber os sinais, a cancela abre-se automaticamente e o veículo é identificado para posterior cobrança. Para as perguntas a seguir, desconsidere o tamanho do veículo.

a) Um veículo aproxima-se da praça de pedágio a 40 km/h. A cancela recebe os sinais quando o veículo se encontra a 50 m de distância. Qual é o tempo disponível para a completa abertura da cancela?

b) O motorista percebe que a cancela não abriu e aciona os freios exatamente quando o veículo se encontra a 40 m da mesma, imprimindo uma desaceleração de módulo constante. Qual deve ser o valor dessa desaceleração para que o veículo pare exatamente na cancela?

Resposta Esperada

a) **(3 pontos)**

O tempo disponível para a abertura da cancela é $\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{50}{(40/3{,}6)} = 4{,}5$ s.

b) **(2 pontos)**

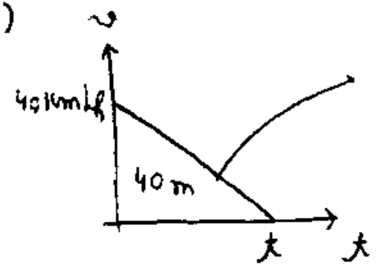
Usando a equação de Torricelli, $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{-(40/3{,}6)^2}{2\times 40} = -1{,}5$ m/s^2.

Física

Exemplo Acima da Média

a) $\Delta t = \dfrac{50 \times 10^{-3}\ \text{Km}}{40\ \text{Km/h}} = 1{,}25 \times 10^{-3}\ h$ //

b)



$40 \times 10^{-3}\ \text{Km} = \dfrac{40 \times t}{2}$

$\cancel{8\times4}\ 80 \times 10^{-3} = 40 \times t$

$t = 2 \times 10^{-3}\ h$

$a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{40\ \text{Km/h}}{2 \times 10^{-3}\ h} = 2{,}0 \times 10^{4}\ \text{Km/h}^2$ //

O exemplo acima da média mostra, no item **b**, uma maneira sofisticada de chegar à resposta correta.

Exemplo Abaixo da Média

a) velocidade do veículo = 40Km/h $\overset{\times 3,6}{=}$ 144 m/s.
Como a cancela recebe o sinal a 50 m de distância ela terá 0,33 s disponíveis para abrir completamente.

144 – 1 s   144X = 50   X = 0,33 segundos
50 – X s   X = 50/144

b) $S = S_0 + v_0t + at^2/2$ ou $\Delta V = V_0 + 2a\Delta S$
$(0-144) = 144 + 2a.40$
$-144 = 144 + 80a$
$-288 = 80a$
$a = \dfrac{-288}{80}$
$a = -3,6\ m/s^2$

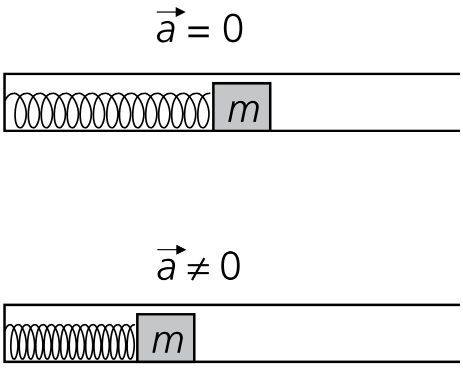
O carro deverá desacelerar a $3,6\ m/s^2$

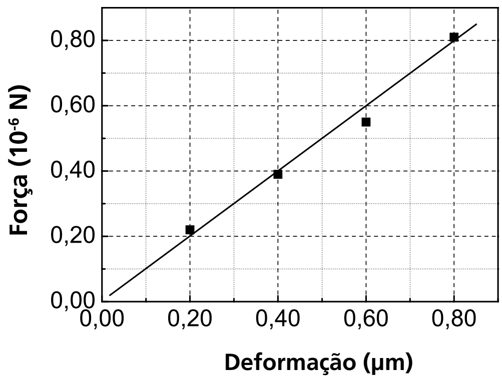
No exemplo abaixo da média, erros na conversão de unidades no item **a** e na equação utilizada no item **b** levaram a resultados totalmente incorretos.

Comentários

A primeira questão da prova de Física explora conceitos de cinemática, como aqueles envolvidos no movimento retilíneo uniforme e no movimento uniformemente variado. O problema considera o movimento de um veículo numa situação cada vez mais corriqueira em auto-estradas.

2. Sensores de dimensões muito pequenas têm sido acoplados a circuitos micro-eletrônicos. Um exemplo é um medidor de aceleração que consiste de uma massa *m* presa a uma micro-mola de constante elástica *k*. Quando o conjunto é submetido a uma aceleração $\vec{a}$, a micro-mola se deforma, aplicando uma força $\vec{F}_{el}$ na massa (ver diagrama abaixo). O gráfico ao lado do diagrama mostra o módulo da força aplicada versus a deformação de uma micro-mola utilizada num medidor de aceleração.





a) Qual é a constante elástica *k* da micro-mola?

b) Qual é a energia necessária para produzir uma compressão de 0,10 µm na micro-mola?

c) O medidor de aceleração foi dimensionado de forma que essa micro-mola sofra uma deformação de 0,50 µm quando a massa tem uma aceleração de módulo igual a 25 vezes o da aceleração da gravidade. Qual é o valor da massa *m* ligada à micro-mola?

Resposta Esperada

a) **(1 ponto)**

A constante da mola é obtida da inclinação da reta: $k = \dfrac{\Delta F}{\Delta x} = \dfrac{0{,}80 \times 10^{-6}}{0{,}80 \times 10^{-6}} = 1{,}0$ N/m.

b) **(2 pontos)**

A energia gasta na compressão é armazenada em forma de energia potencial elástica. Portanto,

$$E = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 1{,}0 \times \left(1{,}0 \times 10^{-7}\right)^2 = 5{,}0 \times 10^{-15}\,\text{J}.$$

c) **(2 pontos)**

A força elástica da mola é a responsável pela aceleração da massa. Portanto,

$$|F| = m|a| = kx \Rightarrow m = \frac{1{,}0 \times 5{,}0 \times 10^{-7}}{25 \times 10} = 2{,}0 \times 10^{-9}\ \text{kg} = 2{,}0\ \mu\text{g}.$$

Física

Exemplo Acima da Média

(a) $F = k \cdot x$

$0{,}2 \cdot 10^{-6} = k \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6}$

$k = 1$

(b) $E = \frac{k \cdot x^2}{2} = \frac{1 \cdot 0{,}01 \cdot 10^{-12}}{2} = 0{,}005 \cdot 10^{-12}\ J$

(c) No caso $F_{el} = F$ $\qquad a = 25 \cdot 10 = 250\ m/s^2$

$k \cdot x = m \cdot a$

$0{,}5 \cdot 10^{-6} = m\ 250$

$m = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{250} = 2 \cdot 10^{-9}\ kg$

O exemplo acima da média mostra um deslize bastance comum: ausência de unidades na constante elástica da micro-mola.

Exemplo Abaixo da Média

a) Do gráfico, temos que

$k = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-6} N}{0{,}2 \cdot 10^{-6} m}$.

$\boxed{k = 1 \text{ (Resposta)}}$

b) A energia necessária é dada por:

$E = \frac{1}{2} kx^2$

$E = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (0{,}1 \cdot 10^{-6})^2$

$E = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-12}$

$E = 0{,}05 \cdot 10^{-13}$

$\boxed{\text{Resposta: A energia necessária é de } 0{,}05 \cdot 10^{-13} J}$

c) $E_{mecA} = E_{mecB}$

$E_D = E_C$

$\cancel{\frac{1}{2}} Kx^2 = \cancel{\frac{1}{2}} mv^2$

$Kx^2 = mv^2$

$m = \frac{Kx^2}{v^2}$

(I) $m = \frac{1 \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-6})^2}{v^2}$

(II) $V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$

$V^2 = \varnothing + 2a \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}$

$V^2 = 2 \cdot 250 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-6}$

$V^2 = 250 \cdot 10^{-6} m/s$

Substituindo (II) em (I), temos:

$m = \frac{K(0{,}5 \cdot 10^{-6})^2}{250 \cdot 10^{-6}}$

$m = \frac{0{,}25 \cdot 10^{-12}}{250 \cdot 10^{-6}}$

$m = \frac{1}{1000} \cdot 10^{-6}$

$m = 1 \cdot 10^{-9}\ kg$

$\boxed{\text{Resposta: a massa } m \text{ vale } 1 \cdot 10^{-9} kg}$

No exemplo abaixo da média, o candidato utiliza relações que não se aplicam à situação do item **c**.

Comentários

A questão 2 explora vários aspectos da força elástica no contexto moderno das chamadas micro-máquinas, dispositivos mecânicos de dimensões muito pequenas.

3. Suponha que o esquilo do filme "A Era do Gelo" tenha desenvolvido uma técnica para recolher nozes durante o percurso para sua toca. Ele desliza por uma rampa até atingir uma superfície plana com velocidade de 10 m/s. Uma vez nessa superfície, o esquilo passa a apanhar nozes em seu percurso. Todo o movimento se dá sobre o gelo, de forma que o atrito pode ser desprezado. A massa do esquilo é de 600 g e a massa de uma noz é de 40 g.

a) Qual é a velocidade do esquilo após colher 5 nozes?

b) Calcule a variação da energia cinética do conjunto formado pelo esquilo e pelas nozes entre o início e o final da coleta das 5 nozes.

Resposta Esperada

a) **(3 pontos)**

A quantidade de movimento é conservada no processo, pois não há força externa resultante. Como as nozes estão em repouso, sua quantidade de movimento inicial é nula. Assim,

$Q_{in} = m_{esq}v_{esq} = 0{,}60 \times 10 = 6{,}0$ kg m/s.

$Q_{fin} = m_{esq+nozes}v_{esq+nozes} = 0{,}80 \text{ kg} \times v_{esq+nozes}$

$Q_{in} = Q_{fin} \Rightarrow v_{esq+nozes} = 7{,}5$ m/s.

b) **(2 pontos)**

A variação da energia cinética é obtida da seguinte forma:

$$E_{in} = \frac{1}{2}m_{esq}v_{esq}^2 = \frac{1}{2}0{,}60 \times 10^2 = 30 \text{ J.}$$

$$E_{fin} = \frac{1}{2}m_{esq+nozes}v_{esq+nozes}^2 = \frac{1}{2}0{,}80 \times 7{,}5^2 = 22{,}5 \text{ J.}$$

$$\Delta E = E_{fin} - E_{in} = -7{,}5 \text{ J.}$$

Exemplo Acima da Média

a) Todos os choques são perfeitamente inelásticos.
Logo, $Q_i = Q_f$:
1º CHOQUE: $600 . 10 = 640 . v_1$
2.º CHOQUE: $640 . v_1 = 680\ v_2$
3.º CHOQUE: $680 . v_2 = 720 v_3$
4.º CHOQUE: $720\ v_3 = 760 v_4$
5.º CHOQUE: $760 v_4 = 800 v_5$
Pode-se concluir que: $600 . 10 = 800 . v_5$
$v_5 = 7{,}5$ m/s
A velocidade do esquilo após colher 5 nozes é de 7,5 m/s.

b) Temos que: $\Delta E_c = \frac{m_f v_f^2}{2} - \frac{m_i v_i^2}{2}$

$\Delta E_c = \frac{800 . (7{,}5)^2}{2} - \frac{600 . 10^2}{2} = 22500 - 30000 = \underline{-7500 J}$

Nesse período, foram dissipados 7500 J.

No exemplo acima da média, o candidato deixou de converter unidades no item **b**.

Exemplo Abaixo da Média

a) Dados:

antes depois

$V_1 = 10 m/s$ $V_2 = ?$

$m_1 = 0,6 Kg$ $m_2 = 0,6 + 0,2 Kg$

sabendo que:

$E_c = \frac{mv^2}{2}$

$E_{c\,antes} = E_{c\,depois}$

$\frac{m_1 V_1^2}{2} = \frac{m_2 V_2^2}{2}$

$V_2^2 = \frac{m_1 . V_1^2}{m_2}$

$V_2^2 = \frac{0,6 . 100}{0,8}$

$V_2 = \sqrt{75}$

$\boxed{V_2 = 5\sqrt{3} m/s}$

R: A velocidade do esquilo após colher 5 nozes é igual a $5\sqrt{3} m/s$

b) Dados:

antes depois

$V_1 = 10 m/s$ $V_2 = 5\sqrt{3} m/s$

$m_1 = 0,6 Kg$ $m_2 = 0,8 Kg$

sabendo que:

$\Delta E_c = E_{cd} - E_{ca}$

$\Delta E_c = \frac{m_2 V_2^2}{2} - \frac{m_1 V_1^2}{2}$

$\Delta E_c = \frac{0,8 . (5\sqrt{3})^2}{2} - \frac{0,6 . 10^2}{2}$

$\Delta E_c = 30 - 30$

$\boxed{\Delta E_c = 0}$

Como o sistema formado pelo esquilo e pelas nozes está escorregando no gelo e portanto não troca forças com mais nada $\Delta E_c = 0$

R: A variação da energia cinética é igual a zero.

No exemplo abaixo da média, ao invés de utilizar a conservação da quantidade de movimento, o candidato supõe, erroneamente, que a energia cinética é conservada no recolhimento das nozes, comprometendo todos os resultados.

Comentários

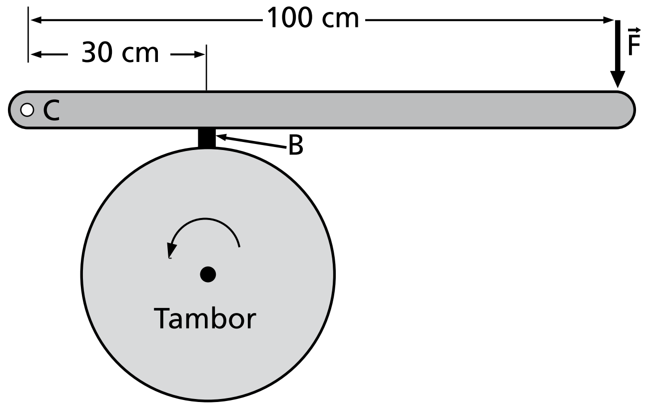
A lei de conservação do momento linear e a definição de energia cinética constituem o conteúdo da Física cobrado de maneira criativa nessa questão. O esquilo, que astutamente acumula suas nozes ao deslizar, é uma alusão ao cômico personagem do filme "A Era do Gelo".

4. Um freio a tambor funciona de acordo com o esquema da figura abaixo. A peça de borracha B é pressionada por uma alavanca sobre um tambor cilíndrico que gira junto com a roda. A alavanca é acionada pela força F e o pino no ponto C é fixo. O coeficiente de atrito cinético entre a peça de borracha e o tambor é $\mu_c = 0{,}40$.

a) Qual é o módulo da força normal que a borracha B exerce sobre o tambor quando F = 750 N? Despreze a massa da alavanca.

b) Qual é o módulo da força de atrito entre a borracha e o tambor?

c) Qual é o módulo da força aplicada pelo pino sobre a alavanca no ponto C?



Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

Pela 3ª Lei de Newton, a força normal que a borracha B exerce sobre o tambor é igual, em módulo, à força normal que o tambor exerce sobre a borracha. Além disso, como a alavanca está em equilíbrio, o torque total é nulo. Portanto,

$$\tau_{tot} = 0$$

$$N \times 30 = F \times 100$$

$$N = \frac{100}{30} F = \frac{100}{30} 750 = 2{,}5 \times 10^3 \text{ N.}$$

b) **(2 pontos)**

Usando a força normal entre a borracha e o tambor obtida no item anterior, obtém-se a força de atrito

$$F_{at} = \mu_c N = 0{,}40 \times 2{,}5 \times 10^3 = 1{,}0 \times 10^3 \text{ N.}$$

c) **(1 ponto)**

A força resultante sobre a alavanca deve ser nula. Portanto,

$$N - F + F_{Cy} = 0 \Rightarrow F_{Cy} = 750 - 2{,}5 \times 10^3 = -1{,}75 \times 10^3 \text{ N.}$$

$$F_{Cx} - F_{at} = 0 \Rightarrow F_{Cx} = 1{,}0 \times 10^3 \text{ N.}$$

$$F_C = \sqrt{F_{Cx}^2 + F_{Cy}^2} \cong 2{,}0 \times 10^3 \text{ N.}$$

Exemplo Acima da Média

a) $750 \cdot 0{,}7 = F_c \cdot 0{,}3$ → $N_B = F_B = F + F_c$

$F_c = 1750N$ → $N_B = 1750 + 750 = 2500N$

Resposta: $\underline{2500N}$

b)
$F_{atr.} = N \cdot \mu = 2500 \cdot 0{,}4 = 1000N$

Resposta: $\underline{1000N}$

c) $750 \cdot 0{,}7 = F_c \cdot 0{,}3$

$F_c = 1750N$

Resposta: $\underline{1750N}$

O exemplo acima da média mostra uma escolha alternativa do ponto em relação ao qual são calculados os torques. Entretanto, no item **c** o candidato deixou de calcular uma das componentes da força do pino.

Exemplo Abaixo da Média

a) $N = 750N$!

b) $F_{at} = \mu \cdot N$

$F_{at} = 0{,}40 \cdot 750$

$F_{at} = 300N$

c) $F = m \cdot a$

$m = F \cdot b$

No exemplo abaixo da média, percebe-se que o candidato igualou a força F à força que a borracha exerce na alavanca, esquecendo-se de que existe uma outra força atuando no ponto C.

Comentários

A questão 4 mostra como situações reais envolvem simultaneamente tópicos do Ensino Médio que são freqüentemente abordados de forma estanque. No caso do funcionamento do freio a tambor, aparecem a força de atrito cinético e a análise da estática de corpos rígidos.

5. Uma torneira é usada para controlar a vazão Φ da água que sai de um determinado encanamento. Essa vazão (volume de água por unidade de tempo) relaciona-se com a diferença de pressão dos dois lados da torneira (ver figura) pela seguinte expressão:

$$P_1 - P_0 = Z \times \Phi.$$

Nesta expressão, Z é a resistência ao fluxo de água oferecida pela torneira. A densidade da água é $1{,}0 \times 10^3$ kg/m^3 e a pressão atmosférica P_0 é igual a $1{,}0 \times 10^5$ N/m^2.

a) Qual é a unidade de Z no Sistema Internacional?

b) Se a torneira estiver fechada, qual será a pressão P_1?

c) Faça uma estimativa da vazão de uma torneira doméstica, tomando como base sua experiência cotidiana. A partir dessa estimativa, encontre a resistência da torneira, supondo que a diferença de pressão $(P_1 - P_0)$ seja igual a $4{,}0 \times 10^4$ N/m^2.

Resposta Esperada

a) **(1 ponto)**

Igualando unidades dos dois lados da equação no Sistema Internacional e chamando de U_Z a unidade da resistência Z,

$$\frac{\text{N}}{\text{m}^2} = U_Z \frac{\text{m}^3}{s} \Rightarrow U_Z = \frac{\text{Ns}}{\text{m}^5} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^4\text{s}}.$$

b) **(2 pontos)**

$$P_1 = P_0 + \rho g h = 1{,}0 \times 10^5 + 1{,}0 \times 10^3 \times 10 \times 5{,}0 = 1{,}5 \times 10^5 \ \text{N/m}^2.$$

c) **(2 pontos)**

Estimando a vazão de uma torneira doméstica a partir da hipótese de que um recipiente de um litro leva em torno de 10 segundos para ser cheio, obtém-se:

$$\Phi_{torneira} = \frac{10^{-3}\ \text{m}^3}{10\ \text{s}} = 10^{-4}\ \text{m}^3/\text{s}.$$

$$Z_{torneira} = \frac{4{,}0 \times 10^4}{10^{-4}} = 4{,}0 \times 10^8\ \text{kg/m}^4\text{s}.$$

Exemplo Acima da Média

a-) $P_1 - P_0 = Z \times \Phi$

$\frac{N}{m^2} = Z \cdot \frac{m^3}{s}$

$Z = \frac{N \cdot s}{m^5} \rightarrow \frac{Kg \cancel{m}}{s \cdot m^4} \rightarrow \frac{Kg}{s \cdot m^4}$

b-) $P_1 = d_{H_2O} \cdot g \cdot h \rightarrow 1000 \frac{Kg}{m^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 5m = 50 \cdot 10^3 \frac{N}{m^2}$

c-) $P_1 - P_0 = Z \cdot \Phi$ Supondo vazão igual à 1l/5s → 0,2 l/s

$4 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2} = Z \cdot 0{,}0002 \frac{m^3}{s}$

$Z = 2 \cdot 10^8 \frac{Kg}{s \cdot m^4}$

No exemplo acima da média, o candidato esqueceu-se de somar a pressão atmosférica no item **b**.

Exemplo Abaixo da Média

a) Levando em consideração as unidade na equação dada:
$P_1 - P_0 = Z \times \Phi \rightarrow \frac{N}{m^2} = [Z] \cdot \frac{m^3}{s} \rightarrow [Z] = \frac{Ns}{m^5}$
R: A unidade de Z no Sistema Internacional é $\frac{Ns}{m^5}$.

b) Se a torneira estiver fechada, P_1 será dada por:
$P_1 = P_0 + dgh$
$P_1 = 1.10^5 + 10^3.10.5$
$P_1 = 1.10^5 + 0{,}15.10^5$
$P_1 = 1{,}15.10^5\ N/m^2$

Dados
$d = 1.10^3\ kg/m^3$
$h = 5\ m$
$g = 10\ m/s^2$

R: Com a torneira fechada, a pressão P_1 será de $1{,}15.10^5\ N/m^2$.

c) Dado: $(P_1 - P_0) = 4.10^4\ N/m^2$
Supondo que a vazão de uma torneira(Φ) seja de $1.10^{-6}\ m^3/s$ temos:
$P_1 - P_0 = Z.\Phi \rightarrow 4.10^4 = Z.1.10^{-6} \rightarrow Z = \frac{4.10^4}{10^{-6}} \rightarrow Z = 4.10^{10} \frac{Ns}{m^5}$

R: A resistência(Z) da torneira na situação indicada será de $4.10^{10} \frac{Ns}{m^5}$

No exemplo abaixo da média, há um erro de cálculo no item **b** e uma estimativa pouco razoável da vazão de uma torneira doméstica.

Comentários

A questão 5 trata de um assunto abordado no ensino médio, a hidrostática, mas envolve também a situação de um líquido em movimento (hidrodinâmica), que não faz parte do conteúdo do ensino médio. No primeiro caso, o conceito de pressão hidrostática exercida por uma coluna de líquido é explorado. No segundo, uma nova grandeza para o aluno egresso do ensino médio, a resistência oferecida por uma tubulação ou dispositivo ao escoamento do líquido, é apresentada, e suas características analisadas a partir de uma expressão fornecida. Além disso, para resolver o último item da questão, o candidato precisa usar, como dado de entrada, uma informação obtida na sua experiência cotidiana.

6. Em agosto de 2006, Plutão foi reclassificado pela União Astronômica Internacional, passando a ser considerado um planeta-anão. A terceira Lei de Kepler diz que $T^2 = K a^3$, onde T é o tempo para um planeta completar uma volta em torno do Sol, e a é a média entre a maior e a menor distância do planeta ao Sol. No caso da Terra, essa média é $a_T = 1{,}5 \times 10^{11}$ m, enquanto que para Plutão $a_P = 60 \times 10^{11}$ m. A constante K é a mesma para todos os objetos em órbita em torno do Sol. A velocidade da luz no vácuo é igual a $3{,}0 \times 10^8$ m/s. Dado: $\sqrt{10} \cong 3{,}2$.

a) Considerando-se as distâncias médias, quanto tempo leva a luz do Sol para atingir a Terra? E para atingir Plutão?

b) Quantos anos terrestres Plutão leva para dar uma volta em torno do Sol? Expresse o resultado de forma aproximada como um número inteiro.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

Os tempos pedidos são:

$$\Delta t_T = \frac{a_T}{c} = \frac{1{,}5\times10^{11}}{3{,}0\times10^{8}} = 5{,}0\times10^{2}\text{s.}$$

$$\Delta t_P = \frac{a_P}{c} = \frac{60\times10^{11}}{3{,}0\times10^{8}} = 2{,}0\times10^{4}\text{s.}$$

b) **(3 pontos)**

Pela terceira lei de Kepler,

$$\frac{T_T^2}{a_T^3} = \frac{T_P^2}{a_P^3} \Rightarrow T_P^2 = \left(\frac{a_P}{a_T}\right)^3 T_T^2 = \left(\frac{60}{1{,}5}\right)^3 T_T^2 = 40^3 T_T^2 = 64\times10^3 T_T^2$$

$$T_P = \sqrt{640}\times10 \text{ anos} = 80\sqrt{10} \text{ anos} \cong 256 \text{ anos.}$$

Exemplo Acima da Média

a) $\Delta S = V.\Delta t$ Terra: $\Delta t = \frac{1,5.10^{11}}{3.10^8} = 5.10^2\ s$

Plutão: $\Delta t = \frac{60.10^{11}}{3.10^8} = 2.10^4\ s$

R: A luz do Sol leva 500 s e 20.000 s para atingir a Terra e Plutão, respectivamente.

b) $T_T = 1\text{ano}$ $K = \frac{(1)^2}{(1,5.10^{11})^3}$

Plutão: $T^2 = K.a^3 \rightarrow T^2 = \frac{1}{(1,5.10^{11})^3}.(60.10^{11})^3$

$T^2 = \frac{60^3}{(1,5)^3} \rightarrow T = \frac{60}{1,5}\sqrt{\frac{60}{1,5}} \rightarrow T = 40\sqrt{40} \rightarrow T = 40.2.3,2 = 256\text{ anos}$

R: Plutão leva 256 anos terrestres para dar uma volta em torno do Sol.

Embora não fosse necessário, no exemplo acima da média, o candidato obtém o valor da constante K da lei de Kepler antes de chegar ao resultado final correto.

Exemplo Abaixo da Média

a) $|\bar{V}| = \left|\frac{\Delta S}{\Delta t}\right| \rightarrow 3.10^8 = \frac{1,5.10^{11}}{\Delta t_T}$ $\Delta t_T = \frac{1,5.10^{11}}{3.10^8} = 0,5.10^3$

$V = 3.10^8\ m/s$ $\Delta t_T = 5.10^2\ s$

$\Delta S_T = 1,5.10^{11}\ m$

$\Delta S_p = 60.10^{11}\ m$ $3.10^8 = \frac{60.10^{11}}{\Delta t_p}$ $\Delta t_p = \frac{60.10^{11}}{3.10^8} = 20.10^3$

$\Delta t_T = ?$ $\Delta t_p = ?$ $\Delta t_p = 2.10^4\ s$

b) Relacionando os raios de ambos os astros temos:

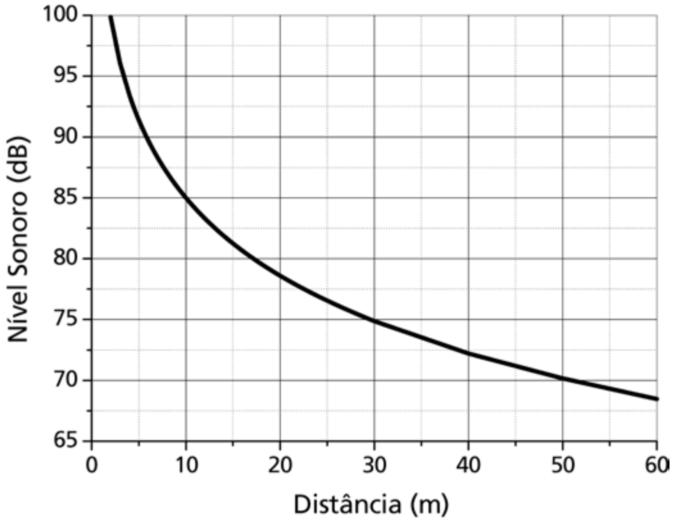
$R_p = 40.R_T$ ∴ Plutão leva 40 anos terrestres para completar uma volta em torno do Sol

Apesar da relação relevante ter sido fornecida (terceira lei de Kepler), no exemplo abaixo da média, o candidato decidiu utilizar uma relação completamente injustificada, obtendo assim um resultado incorreto.

Comentários

O assunto da reclassificação de Plutão como planeta-anão ocupou a atenção da imprensa por várias semanas em 2006. A questão 6 faz a comparação de algumas escalas típicas da órbita de Plutão com a da Terra (as distâncias ao Sol e a duração dos anos). A ênfase está no uso de cinemática simples e relações fornecidas.

7. O nível sonoro S é medido em decibéis (dB) de acordo com a expressão $S = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$, onde I é a intensidade da onda sonora e $I_0 = 10^{-12}$ W/m² é a intensidade de referência padrão correspondente ao limiar da audição do ouvido humano. Numa certa construção, o uso de proteção auditiva é indicado para trabalhadores expostos durante um dia de trabalho a um nível igual ou superior a 85 dB. O gráfico abaixo mostra o nível sonoro em função da distância a uma britadeira em funcionamento na obra.



a) A que distância mínima da britadeira os trabalhadores podem permanecer sem proteção auditiva?

b) A freqüência predominante do som emitido pela britadeira é de 100 Hz. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, qual é o comprimento de onda para essa freqüência?

c) Qual é a intensidade da onda sonora emitida pela britadeira a uma distância de 50 m?

Resposta Esperada

a) **(1 ponto)**

Pelo gráfico, a distância mínima da britadeira é de 10 m.

b) **(2 pontos)**

Pela equação da ondulatória $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{340 \text{ m/s}}{100 \text{ Hz}} = 3{,}40$ m.

c) **(2 pontos)**

Pelo gráfico, a 50 m,

$$S = 70 \text{ dB} = (10 \text{ dB})\log_{10}\left(\frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2}\right) \Rightarrow \frac{I}{10^{-12} \text{ W/m}^2} = 1{,}0 \times 10^7 \Rightarrow I = 1{,}0 \times 10^{-5} \text{ W/m}^2.$$

Exemplo Acima da Média

A-) Segundo o gráfico a distância mínima que os trabalhadores podem ficar da britadeira sem proteção auditiva é de 10 metros.

B-) $V = \lambda . f$

$340 = \lambda . f$

$\lambda = \frac{340}{100} = 3{,}4$ metros.

O comprimento de onda para essa frequência é de 3,4 metros

C-) para 50 m = o nível sonoro é 70 dB

$S = (10\,dB) . \log \frac{I}{10^{-12}}$

$70 = (10dB) . \underbrace{\log \frac{I}{10^{-12}}}_{=7}$

$\log \frac{I}{10^{-12}} = 7$

$(10^{-12})^7 = I$

$I = 10^{-84}\ W/m^2$

A intensidade da onda sonora é de $10^{-84}\ W/m^2$.

No exemplo acima da média, o candidato manipula o logaritmo erroneamente.

Exemplo Abaixo da Média

a) A distância mínima é 10 m

b)

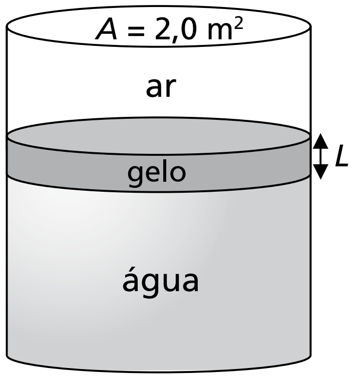
c) A intensidade é 70 dB

No exemplo abaixo da média, o candidato confunde intensidade com nível sonoro.

Comentários

O uso de proteção auditiva, recomendada no caso de exposição prolongada a ruídos sonoros intensos, é a temática dessa questão, que, além de cobrar conhecimento de ondulatória, exige a leitura correta do gráfico fornecido para a sua solução.

8. Nas regiões mais frias do planeta, camadas de gelo podem se formar rapidamente sobre um volume de água a céu aberto. A figura abaixo mostra um tanque cilíndrico de água cuja área da base é $A = 2{,}0\ m^2$, havendo uma camada de gelo de espessura L na superfície da água. O ar em contato com o gelo está a uma temperatura $T_{ar} = -10\ ^oC$, enquanto a temperatura da água em contato com o gelo é $T_{ag} = 0{,}0\ ^oC$.



a) O calor é conduzido da água ao ar através do gelo. O fluxo de calor ϕ_{cal}, definido como a quantidade de calor conduzido por unidade de tempo, é dado por $\phi_{cal} = kA\dfrac{T_{ag} - T_{ar}}{L}$, onde $k = 4{,}0 \text{ x } 10^{-3}$ cal/(s cm ^oC) é a condutividade térmica do gelo. Qual é o fluxo de calor ϕ_{cal} quando $L = 5{,}0$ cm?

b) Ao solidificar-se, a água a 0 ^oC perde uma quantidade de calor que é proporcional à massa de água transformada em gelo. A constante de proporcionalidade L_S é chamada de calor latente de solidificação. Sabendo-se que o calor latente de solidificação e a densidade do gelo valem, respectivamente, $L_S = 80$ cal/g e $\rho_g = 0{,}90$ g/cm^3, calcule a quantidade de calor trocado entre a água e o ar para que a espessura do gelo aumente de 5,0 cm para 15 cm.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

Aplicando a fórmula fornecida,

$$P = kA\frac{T_{ag} - T_{ar}}{L} = 4{,}0 \quad 10^{-3} \quad 2{,}0 \quad 10^{4} \quad \frac{10}{5{,}0} = 1{,}6\times10^{2} \text{ cal/s.}$$

b) **(3 pontos)**

O volume de água a ser congelado é $V = (15 - 5{,}0)\times 2{,}0\times10^4 = 2{,}0\times10^5$ cm^3.

Sua massa é $m = \rho_g V = 0{,}90\times2{,}0\times10^5 = 1{,}8\times10^5$ g.

O calor trocado será $Q = mL_F = 1{,}8\times10^5\times80 = 1{,}4\times10^7$ cal.

Exemplo Acima da Média

a) Aplicando-se a fórmula, considerando $2\,m^2 = 2\cdot10^4\,cm^2$:

$$\Phi cal = 4\cdot10^{-3}\cdot 2\cdot10^{4}\cdot \frac{10}{5}$$

$$\Phi cal = 16\cdot10^{2}$$

$$\boxed{\Phi cal = 1600\ cal/s}$$

b) A variação de altura de 10 cm indica o aumento de volume de gelo, que é igual a $2\cdot10^5\,cm^3$, que corresponde a uma massa de gelo igual a $1{,}8\cdot10^5\,g$. Pelo enunciado:

$$Q_S = m\cdot L_S$$

$$Q_S = 80\cdot 1{,}8\cdot10^{5}$$

$$\boxed{Q_S = 1{,}44\cdot10^{7}\ cal}$$

No exemplo acima da média, o candidato comete apenas um erro de cálculo no item **a**.

Exemplo Abaixo da Média

a-) $\phi cal = KA\,\frac{T_{ag}-T_{ar}}{L}$

$\phi cal = 4\cdot10^{-3}\cdot 2\,\frac{0-(-10)}{5\cdot10^{-2}}$

$\phi cal = 8\cdot10^{-3}\cdot\frac{10}{5\cdot10^{-2}}$

$\phi cal = \frac{8\cdot10^{-2}}{5\cdot10^{-2}}$

$\phi cal = 1{,}6$

O fluxo de calor é de 1,6 quando $L = 5$ cm.

b-) $\phi cal = 4\cdot10^{-3}\cdot 2\cdot\frac{T_{ag}-T_{ar}}{L'}$

$\phi cal = 8\cdot10^{-3}\cdot\frac{0-(-10)}{1\cdot10^{-1}}$

$\phi cal = \frac{8\cdot10^{-2}}{1\cdot10^{-1}}$

$\phi cal = 8\cdot10^{-1}$

$\phi cal = 0{,}8$

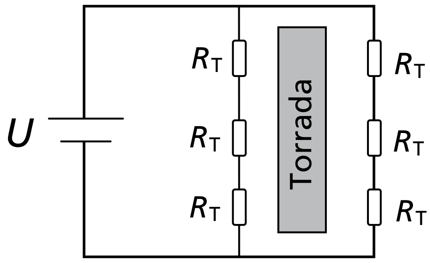
A quantidade de calor trocada entre a água e o ar para que a espessura do gelo aumente 10 cm é 0,8.

A conversão incorreta de unidades no item **a** dessa questão foi um erro bastante comum, como pode ser visto no exemplo abaixo da média. Além disso, percebe-se, neste exemplo, que o candidato utilizou uma relação fornecida fora do contexto correto.

Comentários

Essa questão de termodinâmica versa sobre a formação de camadas de gelo sobre a superfície da água em condições de frio intenso. Para a solução do item **a**, o candidato deveria utilizar corretamente a expressão fornecida para a taxa de troca de calor por condução através do gelo. No item **b**, o cálculo da variação da massa de gelo e o uso da definição de calor latente de fusão eram os passos necessários para se chegar à solução.

9. O diagrama abaixo representa um circuito simplificado de uma torradeira elétrica que funciona com uma tensão $U = 120$ V. Um conjunto de resistores $R_T = 20\,\Omega$ é responsável pelo aquecimento das torradas e um cronômetro determina o tempo durante o qual a torradeira permanece ligada.



a) Qual é a corrente que circula **em cada** resistor R_T quando a torradeira está em funcionamento?

b) Sabendo-se que essa torradeira leva 50 segundos para preparar uma torrada, qual é a energia elétrica total consumida no preparo dessa torrada?

c) O preparo da torrada só depende da energia elétrica total dissipada nos resistores. Se a torradeira funcionasse com dois resistores R_T de cada lado da torrada, qual seria o novo tempo de preparo da torrada?

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

A tensão aplicada em cada conjunto de 3 resistores em série é U. A resistência equivalente do conjunto dos três resistores R_T em série é $R_{eq} = 3R_T = 60\ \Omega$. Pela lei de Ohm, a corrente através de cada resistor é de $I = \dfrac{U}{R_{eq}} = \dfrac{120}{60} = 2{,}0$ A.

b) **(2 pontos)**

A potência dissipada em cada resistor é $P_0 = R_T I^2 = 20 \times 2{,}0^2 = 80$ W. A potência total é $P_{tot} = 6P_0 = 4{,}8 \times 10^2$ W. A energia elétrica consumida em 50 segundos é $E = P_{tot}\Delta t = 4{,}8 \times 10^2 \times 50 = 2{,}4 \times 10^4$ J.

c) **(1 ponto)**

Refazendo os cálculos anteriores para 2 resistores de cada lado, temos:

$R_{eq} = 40\ \Omega; I = 3{,}0$ A.;$P_0 = 1{,}8 \times 10^2$ W;

$P_{tot} = 4P_0 = 7{,}2 \times 10^2$ W; $\Delta t = \dfrac{E}{P_{tot}} = \dfrac{2{,}4 \times 10^4}{7{,}2 \times 10^2} \cong 33$ s.

Exemplo Acima da Média

a) $V = R i \Rightarrow 120 = R_p . i \Rightarrow i = \frac{120}{30} = 4A$ $\boxed{U = V}$

$R_p = \frac{60.60}{60+60} = \frac{3600}{120} = 30\Omega$

Em R_p, $V = \frac{120V}{3} = 40V$

$40 = 20 . i$

$\boxed{i = 2A}$

Como a corrente se divide em duas, mas ambos enfrentando igual resistência, ela passa a ter valor $4A/2 = \boxed{2A}$ para cada uma de suas derivadas.

Resposta: a corrente em cada R_T é 2A.

b) $\left.\begin{array}{l} P = V I \\ P = \frac{E}{t} \end{array}\right\}$ $120.4 = E/50 \Rightarrow \boxed{E = 24 KW}$ Resposta: a energia total consumida é 24KW.

c) $P = \frac{120^2}{R} = \frac{14400}{20} = 720 J$

$R = \frac{40.40}{40+40} = \frac{1600}{80} = 20\Omega$

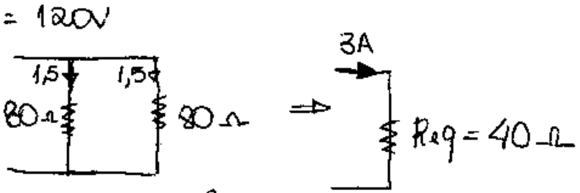
$720 = \frac{24.10^3}{t} \Rightarrow t \cong 0{,}033.10^3 \cong 33 s$

Resposta: Levaria 33 segundos, aprox.

No exemplo acima da média, o candidato utiliza uma unidade incorreta para a energia consumida.

Exemplo Abaixo da Média

a) $V = 120V$



$\boxed{i = 1{,}5A}$

$U = R i$

$i = \frac{120}{40} = 3A$

b) $P = U . i$

$P = 120 . 3 = 360W$

P. tempo $\Rightarrow$ $360 . 50 = 180.000$ W/s

$\boxed{P = 180 KW/s}$

c) a Req seria 20Ω

$i = \frac{120}{20} = 6A$

$P = 120 . 6 = 720W$

$\frac{180.000W}{720W} \cong 25$ seg

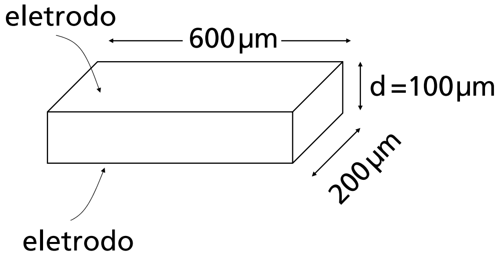
$\boxed{t = 25 \text{ seg}}$

No exemplo abaixo da média, os resultados finais ficaram comprometidos pela incapacidade do candidato de encontrar a resistência equivalente de associações de resistores.

Comentários

O funcionamento desse eletrodoméstico de uso corriqueiro é o contexto dessa questão que engloba associação de resistores, lei de Ohm, e os conceitos de potência e energia.

10. Numa tela de televisor de plasma, pequenas células contendo uma mistura de gases emitem luz quando submetidas a descargas elétricas. A figura abaixo mostra uma célula com dois eletrodos, nos quais uma diferença de potencial é aplicada para produzir a descarga. Considere que os eletrodos formam um capacitor de placas paralelas, cuja capacitância é dada por $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$, onde $\varepsilon_0 = 8{,}9 \times 10^{-12}$ F/m, A é a área de cada eletrodo e d é a distância entre os eletrodos.



a) Calcule a capacitância da célula.

b) A carga armazenada em um capacitor é proporcional à diferença de potencial aplicada, sendo que a constante de proporcionalidade é a capacitância. Se uma diferença de potencial igual a 100 V for aplicada nos eletrodos da célula, qual é a carga que será armazenada?

c) Se a carga encontrada no item b) atravessar o gás em 1 µs (tempo de descarga), qual será a corrente média?

Resposta Esperada

a) **(1 ponto)**

Usando os dados do problema na fórmula fornecida,

$$A = 200\,\mu m \times 600\,\mu m = 1{,}20 \times 10^{-7} m^2$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{8{,}9 \times 10^{-12} \times 1{,}20 \times 10^{-7}}{1{,}00 \times 10^{-4}} = 1{,}1 \times 10^{-14}\ F.$$

b) **(2 pontos)**

A carga armazenada em um capacitor é dada por

$$Q = CV = 1{,}1 \times 10^{-14} \times 100 = 1{,}1 \times 10^{-12}\,C = 1{,}1\ pC.$$

c) **(2 pontos)**

A corrente média que atravessa o gás é dada por

$$\langle i \rangle = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{1{,}1 \times 10^{-12}}{1{,}0 \times 10^{-6}} = 1{,}1 \times 10^{-6} A = 1{,}1\ \mu A.$$

Exemplo Acima da Média

a) $C = \frac{\varepsilon_0 \cdot A}{d}$

$C = \frac{8{,}9 \cdot 10^{-12} \cdot 600 \cdot 10^{-6} \cdot \cancel{200} \cdot 10^{-6}}{\cancel{100} \cdot 10^{-6}}$

$C = 8{,}9 \cdot 10^{-18} \cdot 12 \cdot 10^{2}$

$C = 106{,}8 \cdot 10^{-16}$ Faradays

A capacitância da célula é de $106{,}8 \cdot 10^{-16}$ F

b) $\frac{q}{V} = C$ $\quad q = 106{,}8 \cdot 10^{-16} \cdot 100$

$q = 106{,}8 \cdot 10^{-14}$ C

A carga armazenada é de $106{,}8 \cdot 10^{-14}$ Coulombs.

c) $i = \frac{C}{s} = \frac{106{,}8 \cdot 10^{-14}\ C}{1 \cdot 10^{-6}\ s} = 106{,}8 \cdot 10^{8}$ A.

$i = 106{,}8 \cdot 10^{8}$ A

No exemplo acima da média, o candidato comete apenas um erro de manipulação de potências de dez.

Exemplo Abaixo da Média

a) $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \Rightarrow C = \frac{8{,}9 \times 10^{-12} \cdot (1200\cancel{00}\ \cancel{\mu m})}{1\cancel{00}\ \cancel{\mu m}}$

$\boxed{C = 10680{,}0 \times 10^{-12} C}$

b) $-100V \cdot 8{,}9 \rightarrow 809$ capacitador

c) $10680 \cdot 1\mu s = 10680 \times 10^{-12}$ C

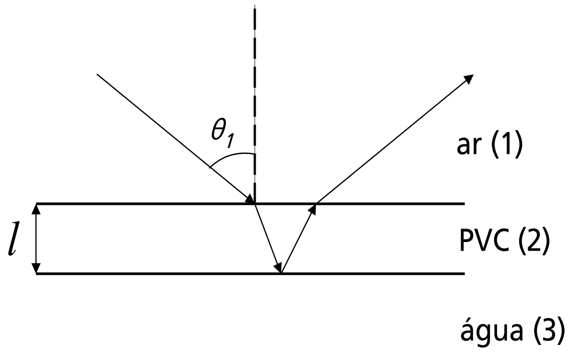
No exemplo abaixo da média, há um erro de cálculo no item **a** e a utilização de relações totalmente incorretas nos itens (b) e (c). Vale notar que, mesmo quando as relações são fornecidas, como no caso dos itens (a) e (b), muitos candidatos não conseguem chegar às respostas corretas.

Comentários

A questão 10 aborda tópicos de eletricidade como capacitância de um capacitor de placas paralelas, sua relação com a carga armazenada e a diferença de potencial aplicada, além de cobrar a definição de corrente elétrica média. Tanto no item **a** quanto no item **b** as expressões necessárias são fornecidas. No item **a** isso é feito de forma explícita, e tudo o que o candidato precisa saber é interpretar corretamente a situação, executando o cálculo da área e substituindo apropriadamente a distância entre as placas. Já no item **b** o candidato tem que escrever a relação matemática entre capacitância, carga e diferença de potencial, a partir do texto apresentado.

11. Uma gota de cola plástica à base de PVC cai sobre a superfície da água parada de um tanque, formando um filme sólido (camada fina) de espessura l = 4,0 x 10^{-7} m. Dado: $\sqrt{2} \cong 1{,}4$.

a) Ao passar de um meio de índice de refração n_1 para outro meio de índice de refração n_2, um raio de luz é desviado de tal forma que n_1 sen $\theta_1 = n_2$ sen θ_2 , onde θ_1 e θ_2 são os ângulos entre o raio em cada meio e a normal, respectivamente. Um raio luminoso incide sobre a superfície superior do filme, formando um ângulo $\theta_1 = 30^o$ com a normal, conforme a figura abaixo. Calcule a distância d que o raio representado na figura percorre no interior do filme. O índice de refração do PVC é n_2 = 1,5.



b) As diversas cores observadas no filme devem-se ao fenômeno de interferência. A interferência é construtiva quando a distância d percorrida pela luz no interior do filme é igual a $(2k+1)\dfrac{\lambda}{2n_2}$, onde k é um número natural (k = 0,1,2,3....). Neste caso, a cor correspondente ao comprimento de onda λ torna-se visível para raios incidentes que formam ângulo θ_1 com a normal. Qual é o comprimento de onda na faixa visível do espectro eletromagnético (400nm - 700nm) para o qual a interferência é construtiva quando o ângulo de incidência é $\theta_1 = 30^o$?

Resposta Esperada

a) **(3 pontos)**

Pela lei de Snell, o ângulo de refração no PVC é $\text{sen}\theta_R = \dfrac{\text{sen}\theta_I}{n_2} = \dfrac{0{,}5}{1{,}5} = \dfrac{1}{3}$. A distância percorrida pelo raio dentro do filme é

$$d = 2\frac{l}{\cos\theta_R} = 2\frac{l}{\sqrt{8/9}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \times 4{,}0 \times 10^{-7} = 8{,}6 \times 10^{-7}\ \text{m} = 0{,}86\ \mu\text{m}.$$

b) **(2 pontos)**

A interferência construtiva acontecerá quando $\dfrac{(2k+1)}{3}\lambda = 8{,}6\times10^{-7}\ \text{m} = 8{,}6\times10^{2}\ \text{nm}$. Portanto, $\dfrac{(2k+1)}{3}\lambda = 8{,}6\times10^{-7}\ \text{m} = 8{,}6\times10^{2}\ \text{nm}$. Apenas para k = 2 (2k+1 = 5), o valor de λ está no intervalo 400 a 700 nm. Temos nesse caso λ = 5,2 x 10^2 nm.

Obs.: A fórmula exata para a condição de interferência construtiva é $d\cos^2\theta_2 = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2n_2}$. A condição dada no item **b** é uma aproximação válida para ângulos de incidência, θ_1, pequenos. Para $\theta_1 = 30^o$, por exemplo, a discrepância é de 11%. Tanto a fórmula exata quanto a condição dada foram aceitas na correção da questão.

Exemplo Acima da Média

A) $N_1 \, \text{sen}\, \Theta_1 = N_2 \, \text{sen}\, \Theta_2$

$1 \cdot \frac{1}{2} = 1{,}5 \, \text{sen}\, \Theta_2$

$\text{sen}\, \Theta_2 = \frac{1}{3}$

Pela relação fundamental:

$\cos \Theta_2 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Pela figura temos:

$\frac{1}{\frac{d}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$d = 8 \cdot 10^{-8}\, m$

$\boxed{\text{A distancia percorrida foi de } 8 \cdot 10^{-8}\, m}$

b) $d = (2K+1) \cdot \frac{\lambda}{2N_2}$

$8 \cdot 10^{-8} = (2K+1) \cdot \frac{\lambda}{3}$

$\lambda = \frac{24 \cdot 10^{-8}}{2K+1}$

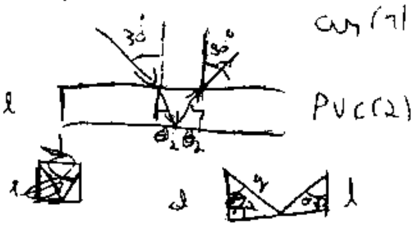
No exemplo acima da média, o candidato apresenta uma solução incompleta do item **b**, deixando de testar diferentes valores de *k* na expressão do comprimento de onda para encontrar o valor na região do visível.

Exemplo Abaixo da Média

a) $n_{ar} \cdot sen\,30° = n_2 \cdot sen\,\theta_2$

$1 \cdot \frac{1}{2} = 1{,}5 \cdot sen\,\theta_2$

$\frac{1}{3} = sen\,\theta_2$



$sen\,\theta_2 = \frac{d}{2} \cdot \frac{1}{y}$ $\therefore y = \frac{3d}{2}$

$\frac{1}{3} = \frac{d}{2y}$

$\begin{cases} 2y = 3d \\ y^2 = l^2 + \frac{d^2}{4} \end{cases}$

$\frac{9d^2}{4} = 16 \cdot 10^{-14} + \frac{d^2}{4}$

$\frac{8d^2}{4} = 16 \cdot 10^{-14}$

$\boxed{d = 2\sqrt{2} \cdot 10^{-7}}$

R: A distância d é de $2{,}8 \cdot 10^{-7}$ m.

b) $d = (2k+1) \cdot \frac{\lambda}{2n_2}$

$2{,}8 \cdot 10^{-7} = (2 \cdot k+1) \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot 1{,}5}$

$8{,}4 \cdot 10^{-7} = (2k+1)\,\lambda$

$840\ nm = (2k+1)\,\lambda$

Para k=0 $\lambda = 840$ nm; k=1 $\lambda = 280$ nm; k=2 $\lambda = 168$ nm.

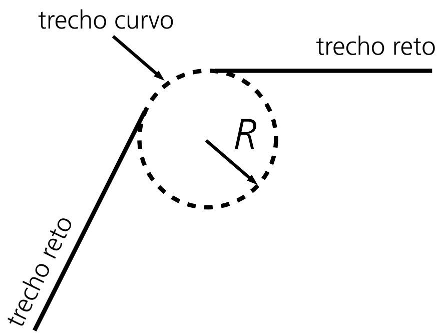
R: Não há λ que seja visível.

No exemplo abaixo da média, o candidato dá como resposta para o caminho percorrido pela luz no interior do filme seu deslocamento na direção paralela a este, comprometendo a resolução da questão.

Comentários

A questão 11 trata um problema clássico de óptica que envolve as cores observadas em uma película que se forma na superfície da água. Tanto no item **a** quanto no item **b** as relações matemáticas necessárias são fornecidas, cabendo ao candidato sua correta interpretação e utilização.

12. Numa fonte de luz síncrotron, como aquela existente no Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS) de Campinas, elétrons circulam no interior de um tubo com velocidade de módulo v muito próximo ao da velocidade da luz no vácuo, que é $c = 3{,}0 \times 10^8$ m/s. A trajetória percorrida pelos elétrons é composta de trechos em linha reta e de trechos curvos (arcos de circunferência de raio R), como ilustrado na figura abaixo. Nas curvas os elétrons sofrem aceleração centrípeta e, em conseqüência disso, emitem luz.



a) Se R = 3,0 m, qual é o módulo da aceleração centrípeta do elétron nos trechos curvos da trajetória? Para simplificar o cálculo, considere **neste item** que o módulo da velocidade v dos elétrons é exatamente igual a c.

b) Segundo a teoria da relatividade, a energia de um elétron é dada por $E = \gamma mc^2$, onde $m = 9 \times 10^{-31}$ kg é a massa do elétron, e γ é uma grandeza adimensional sempre maior do que 1, que depende da velocidade do elétron. No LNLS, a energia do elétron é igual a $2{,}1 \times 10^{-10}$ J. Qual é o valor de γ ?

c) A diferença entre os módulos das velocidades da luz e dos elétrons, $\Delta v = (c - v)$, relaciona-se com γ por:

$\Delta v \cong \dfrac{c}{2\gamma^2}$. Encontre Δv no caso do LNLS.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

A aceleração centrípeta é dada por $a_c = \dfrac{v^2}{R} \cong \dfrac{c^2}{R} = \dfrac{9{,}0\times10^{16}}{3{,}0} = 3{,}0\times10^{16}$ m/s^2.

b) **(2 pontos)**

O fator γ é dado por $\gamma = \dfrac{E}{mc^2} = \dfrac{2{,}1\times10^{-10}}{9\times10^{-31}\times9{,}0\times10^{16}} \cong 2{,}6\times10^3$.

c) **(1 ponto)**

A diferença Δv é dada por $\Delta v = \dfrac{c}{2\gamma^2} = \dfrac{3{,}0\times10^8}{2\times\left(2{,}6\times10^3\right)^2} \cong 22$ m/s.

Exemplo Acima da Média

A) $a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{(3.10^8)^2}{3} = \frac{9.10^{16}}{3} = 3.10^{16}\ m/s^2$ $\boxed{a_{cp} = 3.10^{16} m/s^2}$

B) $E = \gamma.m.c^2 \Rightarrow 2,1.10^{-10} = \gamma.9.10^{-31}.(3.10^8)^2 \Rightarrow \gamma = \frac{2,1.10^{-10}}{81.10^{-15}} = 0,026.10^5$

$\boxed{\gamma = 2600}$

c) $\Delta V = \frac{c}{2\gamma^2} = \frac{3.10^8}{2.(2600)^2} = \frac{3.10^8}{2.676.10^4} = \frac{1,5.10^8}{676.10^4} = 0,00221.10^4 = 22,1$

$\boxed{\Delta V = 22,1}$

No exemplo acima da média, o candidato deixa de fornecer a unidade da diferença de velocidades.

Exemplo Abaixo da Média

A) $(V)^2 = (\cancel{V_0})^{\cancel{2}} + 2.a.\Delta S \longrightarrow$ $2\pi 3 — 360°$; $x — 90°$; $x = 4,5$

$(3.10^8)^2 = 2.a.4,5$

$\cancel{9}.10^{16} = \cancel{9}.a$

$\boxed{a = 10^{16}\ m/s^2}$

B) $E = \gamma.m.c^2$

$2,1.10^{-10} = \gamma.9.10^{-31}.(3.10^8)^2$

$2,1.10^{-10} = \gamma.9.10^{-31}.9.10^{16}$

$\gamma = \frac{2,1.10^{-10}}{18.10^{-15}}$

$\gamma = 0,1176.10^5$

$\boxed{\gamma = 1,176.10^4}$

C) $\Delta V \cong \frac{c}{2\gamma^2}$

$\Delta V \cong \frac{3.10^8}{2.(1,180.10^4)^2}$

$\Delta V \cong \frac{3.\cancel{10^8}}{2.1,3924.\cancel{10^8}}$

$\Delta V \cong \frac{3}{2,7848}$

$\boxed{\Delta V \cong 1,8\ m/s}$

No exemplo abaixo da média, a equação de Torricelli não é apropriada à situação do item **a**. Além disso, erros de cálculos comprometem os resultados finais.

Comentários

A abordagem de tópicos de Física Moderna já é tradicional no Vestibular da Unicamp. Explora-se, na questão 12, um pouco de relatividade especial, sempre fornecendo as relações relativísticas necessárias. A motivação foi mostrar os valores extremos das quantidades físicas envolvidas num acelerador de elétrons como o do LNLS.