

- 1 A Editora Progresso decidiu promover o lançamento do livro “*Descobrendo o Pantanal*” em uma Feira Internacional de Livros, em 2012. Uma pesquisa feita pelo departamento de Marketing estimou a quantidade de livros adquirida pelos consumidores em função do preço de cada exemplar.

Preço de Venda	Quantidade Vendida
R\$ 100,00	30
R\$ 90,00	40
R\$ 85,00	45
R\$ 80,00	50

Considere que os dados da tabela possam ser expressos mediante uma função polinomial do 1º grau $y = a.x + b$, em que x representa a quantidade de livros vendida e y , o preço de cada exemplar.

- a) Que preço de venda de cada livro maximizaria a receita da editora?
 b) O custo unitário de produção de cada livro é de R\$ 8,00. Visando maximizar o lucro da editora, o gerente de vendas estabeleceu em R\$ 75,00 o preço de cada livro. Foi correta a sua decisão? Por quê?

Solução

a) $y = 130 - x$

$R(x) = 130x - x^2$ $x = -130/-2 = 65$ exemplares; $y = 130 - 65 = 65$
 O preço que maximiza a receita é R\$ 65,00.

- b) $L(x) = x(130-x) - 8x = -x^2 + 122x$ $x = -122/-2 = 61$ exemplares; $y = 69$
 A decisão do gerente de vendas não foi correta. Para maximizar o lucro deveria ter estabelecido em R\$ 69,00 o preço de venda de cada exemplar.

- 2** A editora fez também um estudo sobre o lançamento do livro em duas versões: capa dura e capa de papelão. A pesquisa mostrou que, se a versão capa dura for vendida por x reais e a versão capa de papelão por y reais, serão vendidos, no total, $130x + 70y - (x^2 + y^2)$ exemplares das duas versões. Por uma questão de estratégia, o gerente de vendas decidiu que a versão capa dura deve custar o dobro da versão capa de papelão.
- a)** Qual deve ser o preço de venda de cada versão, de modo que a quantidade de livros vendida seja a maior possível?
- b)** Nas condições do item **a)**, quantos exemplares a editora estima vender no total?

Solução

a) $f(y) = 130(2y) + 70y - (4y^2 + y^2) = -5y^2 + 330y$
 $y = -330 / -10 = 33; x = 2 \cdot 33 = 66.$

O preço de venda da versão capa dura deve ser R\$ 66,00 e o preço de venda da versão capa de papelão, R\$ 33,00.

b) $130(66) + 70(33) - (66^2 + 33^2) = 5\,445$ exemplares.

- 3** No estande de vendas da editora foram selecionados 5 livros distintos, grandes, de mesmo tamanho, e 4 livros distintos, pequenos, de mesmo tamanho. Eles serão expostos em uma prateleira junto com um único exemplar de *"Descobrindo o Pantanal"*.
- a)** De quantas maneiras diferentes eles podem ser alinhados na prateleira, se os de mesmo tamanho devem ficar juntos e *"Descobrindo o Pantanal"* deve ficar em um dos extremos?
- b)** No final da feira de livros, a editora fez uma promoção. Numerou os livros da prateleira de 1 a 10, e sorteou um livro para o milésimo visitante do estande. Qual é a probabilidade expressa em porcentagem de o visitante receber um livro cujo número seja a média aritmética de dois números primos quaisquer compreendidos entre 1 e 10?

Solução

- a)** $2(2 \cdot 5! \cdot 4!) = 11\,520$ maneiras.
- b)** $6 / 10 = 0,60 = 60\%$.

- 4 Um funcionário do setor de planejamento da Editora Progresso verificou que as livrarias dos três clientes mais importantes estão localizadas nos pontos A (0,0), B (1,7) e C (8,6), sendo que as unidades estão em quilômetros.
- a) Em que ponto $P(x, y)$ deve ser instalado um depósito para que as distâncias do depósito às três livrarias sejam iguais?
- b) Qual é a área do quadrado inscrito na circunferência que contém os pontos **A, B e C**?

Solução

a) O ponto médio de \overline{AB} é $\left(\frac{0+1}{2}, \frac{0+7}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

A declividade de \overline{AB} é $m = \frac{7-0}{1-0} = 7$

A declividade da mediatriz de \overline{AB} é $\frac{1}{-7} = -\frac{1}{7}$

A equação da mediatriz de \overline{AB} é $y - \frac{7}{2} = -\frac{1}{7}\left(x - \frac{1}{2}\right) \rightarrow y = -\frac{1}{7}x + \frac{25}{7}$

O ponto médio de \overline{AC} é $\left(\frac{8+0}{2}, \frac{6+0}{2}\right) = (4, 3)$

A declividade de \overline{AC} é $m = \frac{6-0}{8-0} = \frac{3}{4}$

A declividade da mediatriz de \overline{AC} é $\frac{-1}{\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$

A equação da mediatriz de \overline{AC} é:

$y - 3 = -\frac{4}{3}(x - 4) \rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{25}{3}$

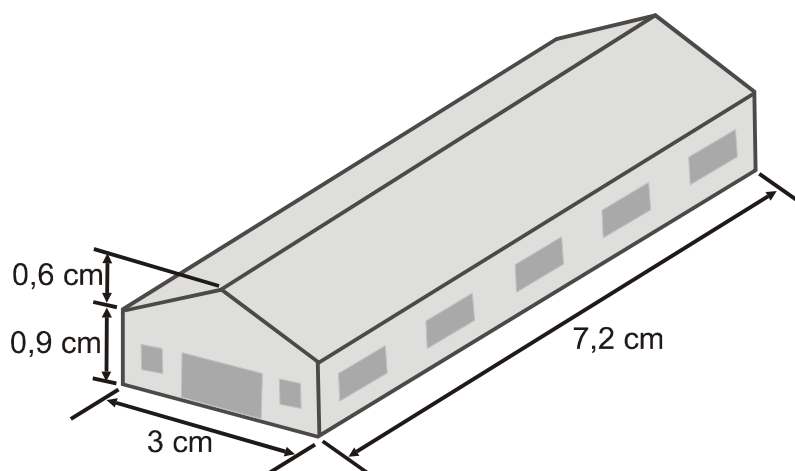
Resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{7}x + \frac{25}{7} \\ y = -\frac{4}{3}x + \frac{25}{3} \end{cases}$$

Obtemos $x = 4$ e $y = 3$, ou seja, $P(4,3)$.

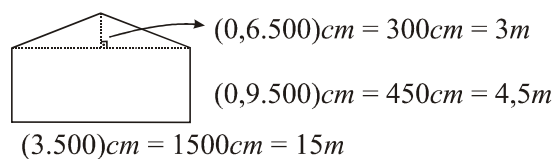
- b) A equação da circunferência que contém os pontos A, B e C é: $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 25$. Portanto o raio é igual a 5 km. Se l é o lado do quadrado inscrito, temos: $l^2 + l^2 = (2.5)^2$ e $l^2 = 50 \text{ km}^2$, que é a área do quadrado inscrito.

- 5 A figura mostra a maquete do depósito a ser construído. A escala é 1 : 500, ou seja, 1cm, na representação, corresponde a 500 cm na realidade. Qual será a capacidade, em metros cúbicos, do depósito?



Solução

Encontramos as medidas reais do depósito:



A área da frente do depósito é igual a:

$$\left(\frac{15 \cdot 3}{2} + 15 \cdot 4,5 \right) \text{ m}^2 = 90 \text{ m}^2$$

A capacidade do depósito é igual a:

$$\left(90 \cdot \frac{7,2 \cdot 500}{100} \right) \text{ m}^3 = 3240 \text{ m}^3$$

- 6 Em uma parede do estande de vendas havia um quadro de 50 cm de comprimento por 45 cm de largura, tendo ao redor uma moldura, como mostra a figura.



- a) Justifique por que não são semelhantes os retângulos interior e exterior à moldura.
 b) Existe algum número real positivo k que, substituído no lugar de 5 cm, faria com que os dois retângulos do item a) fossem semelhantes?

Solução

- a) Não são semelhantes porque $50 / 60 = 0,8333\dots$ é diferente da razão $45 / 55 = 0,82$.

b)
$$\frac{50}{50+2k} = \frac{45}{45+2k} \quad \text{e } k > 0$$

$$10(45+2k) = 9(50+2k)$$

$$20k = 18k \rightarrow k = 0.$$

Os dois retângulos não serão semelhantes para nenhum valor de k positivo.

- 7** Uma livraria recebeu o pedido de um exemplar do livro "*Descobrimdo o Pantanal*", para cada um de 11 clientes. Ela decidiu adquirir os 11 exemplares da Editora Progresso e vender os livros a seus clientes com um preço entre 5% e 10% a mais que o preço conseguido na editora. A editora lhe propôs duas opções:
- (1ª) Comprar 10 livros e levar 1 de graça.
 (2ª) Comprar 10 livros e pagar somente 9, adquirindo mais um exemplar, o 11º, com um desconto de 10% sobre o preço original.
- a)** Qual das opções é mais vantajosa à livraria?
b) Se o preço original de cada livro na editora for R\$ 54,00, qual é o maior lucro que a livraria pode obter com a venda dos 11 livros aos seus clientes, em cada caso?

Solução

- a)** Seja x o preço de cada exemplar.
 (1ª) A livraria vai pagar no total pelos onze livros: $10x$ reais.
 (2ª) A livraria vai pagar no total pelos onze livros: $9x + 90\%x = 9,9x$
 A segunda opção é mais vantajosa para a livraria.
- b)** (1ª) O lucro vai ser: $11(54 + 10\%.54) - 10(54) = 113,4$; R\$ 113,40.
 (2ª) O lucro vai ser: $11(54+10\%.54) - 9,9(54) = 118,8$; R\$ 118,80.

- 8 Para o consumidor individual, a editora fez esta promoção na compra de certo livro:
"Compre o livro com 12% de desconto e economize R\$ 10,80 em relação ao preço original".

Qual é o preço original do livro?

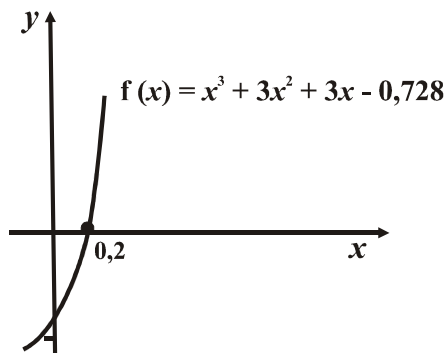
Solução

$$x - 12\%.x = x - 10,8$$

$$x = \text{R\$ } 90,00$$

9 A editora aplicou o lucro obtido em 2011, R\$ 100 000,00, em um fundo de renda fixa, a certa taxa de juro composta. Após 3 anos, deve receber um montante de R\$ 172 800,00.

- a) A que taxa de juro anual aplicou seu dinheiro?
Use as informações do gráfico abaixo para justificar a sua resposta.



- b) Qual é a soma das duas raízes complexas da equação $x^3 + 3x^2 + 3x - 0,728 = 0$ que não são números reais?

Solução

- a) $172\ 800 = 100\ 000(1+x)^3$; x é a taxa de juro anual.
 $1,728 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$
 $x^3 + 3x^2 + 3x - 0,728 = 0$
 O gráfico dá diretamente a taxa de juro: $0,2 = 20\%$.

- b)

$$\begin{array}{r|rrrr} 0,2 & 1 & 3 & 3 & -0,728 \\ \hline & 1 & 3,2 & 3,64 & 0 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 + 3x - 0,728 = (x - 0,2)(x^2 + 3,2x + 3,64) = 0$$

A soma das duas raízes complexas que não são números reais é

$$\frac{-3,2}{1} = -3,2.$$

- 10** Para trabalhar na Feira Internacional do Livro, a editora contratou três funcionários: Ana, Beto e Carlos, com salários x , y e z reais, respectivamente. O salário de Ana é igual à soma dos salários de Beto e Carlos. No final da feira, a editora pagou uma gratificação, de valor igual ao salário de Beto, a cada um dos três. Assim, Ana recebeu no total, R\$ 2 300,00, e a soma dos valores que os três receberam foi de R\$ 5 400,00. Qual foi o valor da gratificação que receberam?

Solução

Resolvendo o sistema de três equações:

$$x = y + z$$

$$x + y = 2\,300$$

$$(x + y) + 2y + (z + y) = 5\,400$$

Obtemos: $x = 1\,500$, $y = 800$, $z = 700$.

O valor da gratificação recebida foi de R\$ 800,00.