



**CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO
MATEMÁTICA**



CADERNO DE QUESTÕES

2018/2019

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Um jogo de dominó possui 28 peças com duas pontas numeradas de zero a seis, independentemente, de modo que cada peça seja única, conforme ilustra a Figura 1.

O jogo se desenrola da seguinte forma:

- 1- Quatro jogadores se posicionam nos lados de uma mesa quadrada.
- 2- No início do jogo, cada jogador recebe um conjunto de 7 peças, de forma aleatória, de modo que somente o detentor das peças possa ver seu conteúdo.
- 3- As ações ocorrem por turnos no sentido anti-horário.
- 4- O jogador com a peça 6|6 coloca-a sobre a mesa e em seguida cada jogador, na sua vez, executa uma de duas ações possíveis:
 - a. Adiciona uma de suas peças de forma adjacente a uma das duas extremidades livres do jogo na mesa, de modo que as peças sejam encaixadas com pontas de mesmo valor.
 - b. Passa a vez, caso não possua nenhuma peça com ponta igual a uma das extremidades livres da mesa.
- 5- Vence o jogo o primeiro jogador que ficar sem peças na mão.

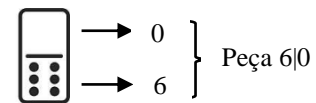


Figura 1

No jogo da Figura 2, é a sua vez de jogar e você constatou que o jogador à sua direita não possui peças com ponta 5 e o jogador à sua frente não possui peças com ponta 0. Você analisou todas as possíveis configurações de peças que os jogadores podem ter em suas mãos e decidiu jogar de modo a garantir que uma das pontas livres da mesa só possa ser usada por uma peça de sua posse, e que esta será a sua última peça em mão. Ao utilizar essa estratégia:

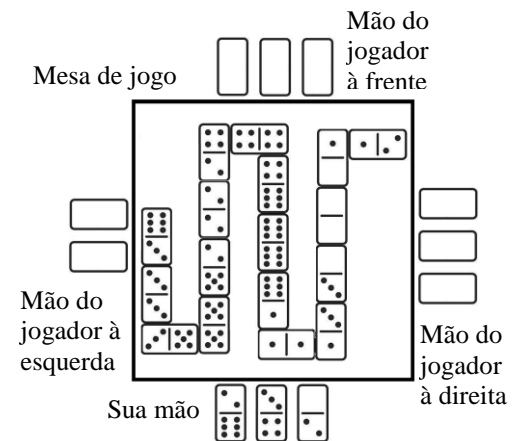


Figura 2

- a) Quantas configurações de peças nas mãos dos jogadores garantem a vitória do jogo a você?
- b) Esta quantidade corresponde a qual percentual do total de configurações possíveis?

Observação:

- A ordem das peças na mão de um jogador não importa.

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Definimos a função $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ da seguinte forma:

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(1) = 1 \\ f(2n) = f(n), & n \geq 1 \\ f(2n + 1) = f(n) + 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor}, & n \geq 1 \end{cases}$$

Determine $f(f(2019))$.

Observação: $\lfloor k \rfloor$ é o maior inteiro menor ou igual a k .

3ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Dadas as funções definidas nos reais \mathbb{R}:</p> $f_1(x) = e^x, f_2(x) = \text{sen}(x), f_3(x) = \text{cos}(x), f_4(x) = \text{sen}(2x) \text{ e } f_5(x) = e^{-x}.$ <p>Mostre que existe uma única solução a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, tal que:</p> $a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + a_3 f_3(x) + a_4 f_4(x) + a_5 f_5(x)$ seja a função constante nula, onde $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in \mathbb{R}$.	
4ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Seja Z um número complexo tal que $\frac{2Z}{\bar{Z}i}$ possui argumento igual a $3\pi/4$ e $\log_3(2Z + 2\bar{Z} + 1) = 2$. Determine o número complexo Z.</p>	
5ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Mostre que os números 16, 24 e 81 podem pertencer a uma PG e obtenha a quantidade de termos dessa PG, sabendo que seus elementos são números naturais.</p>	
6ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Seja o polinômio $q(x) = x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 40x + 25 + k$ que possui valor mínimo igual a -64, onde k é uma constante real. Determine as raízes de $q(x)$.</p>	
7ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Determine todas as soluções da equação</p> $4 \text{sen}^2(7x) \cdot \text{cos}(2x) + 2 \text{sen}(9x) + 8 \text{sen}^2(x) + 5 \text{cos}(2x) + 2 \text{sen}(5x) = 4$ <p>no intervalo $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$.</p>	
8ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>A reta r é normal à cônica C, de equação $9x^2 - 4y^2 = 36$, no ponto $A = \left(3, \frac{3\sqrt{5}}{2}\right)$ e intercepta o eixo das abscissas no ponto B. Sabendo que F é o foco da cônica C mais próximo ao ponto A, determine a área do triângulo ABF.</p>	
9ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Uma corda CD corta o diâmetro AB de um círculo de raio R no ponto E. Sabendo que o ângulo $\widehat{ABC} = 30^\circ$ e que $\overline{EC} = R\sqrt{2}$, calcule a medida do segmento \overline{ED}.</p>	
10ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Um cubo com diagonal principal \overline{AG} é interceptado pelo plano α, perpendicular à \overline{AG}, formando uma seção hexagonal regular. Calcule, em função da aresta a do cubo:</p> <ol style="list-style-type: none"> o apótema dessa seção hexagonal; o raio da esfera que é tangente a essa seção e às faces do cubo que contém o vértice A. 	