04

PETROBRAS

TARDE

MAIO / 2010

ANALISTA DE PESQUISA OPERACIONAL JÚNIOR
CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

LEIA ATENTAMENTE AS INSTRUÇÕES ABAIXO.

01 - Você recebeu do fiscal o seguinte material:

a) este caderno, com os enunciados das 70 questões objetivas, sem repetição ou falha, com a seguinte distribuição:

CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS							
Questões	Pontos	Questões	Pontos	Questões	Pontos	Questões	Pontos
1 a 10	0,5	21 a 30	1,5	41 a 50	2,5	61 a 70	3,5
11 a 20	1,0	31 a 40	2,0	51 a 60	3,0	—	—

b) 1 CARTÃO-RESPOSTA destinado às respostas às questões objetivas formuladas nas provas.

02 - Verifique se este material está em ordem e se o seu nome e número de inscrição conferem com os que aparecem no **CARTÃO-RESPOSTA**. Caso contrário, notifique **IMEDIATAMENTE** o fiscal.

03 - Após a conferência, o candidato deverá assinar no espaço próprio do **CARTÃO-RESPOSTA**, a caneta esferográfica transparente de tinta na cor preta.

04 - No **CARTÃO-RESPOSTA**, a marcação das letras correspondentes às respostas certas deve ser feita cobrindo a letra e preenchendo todo o espaço compreendido pelos círculos, a **caneta esferográfica transparente de tinta na cor preta**, de forma contínua e densa. A LEITORA ÓTICA é sensível a marcas escuras; portanto, preencha os campos de marcação completamente, sem deixar claros.

Exemplo: Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ

05 - Tenha muito cuidado com o **CARTÃO-RESPOSTA**, para não o **DOBRAR, AMASSAR ou MANCHAR**.
O **CARTÃO-RESPOSTA SOMENTE** poderá ser substituído caso esteja danificado em suas margens superior ou inferior – **BARRA DE RECONHECIMENTO PARA LEITURA ÓTICA.**

06 - Para cada uma das questões objetivas, são apresentadas 5 alternativas classificadas com as letras (A), (B), (C), (D) e (E); só uma responde adequadamente ao quesito proposto. Você só deve assinalar **UMA RESPOSTA**: a marcação em mais de uma alternativa anula a questão, **MESMO QUE UMA DAS RESPOSTAS ESTEJA CORRETA.**

07 - As questões objetivas são identificadas pelo número que se situa acima de seu enunciado.

08 - **SERÁ ELIMINADO** do Processo Seletivo Público o candidato que:
a) se utilizar, durante a realização das provas, de máquinas e/ou relógios de calcular, bem como de rádios gravadores, *headphones*, telefones celulares ou fontes de consulta de qualquer espécie;
b) se ausentar da sala em que se realizam as provas levando consigo o Caderno de Questões e/ou o **CARTÃO-RESPOSTA**;
c) se recusar a entregar o Caderno de Questões e/ou o **CARTÃO-RESPOSTA** quando terminar o tempo estabelecido.

09 - Reserve os 30 (trinta) minutos finais para marcar seu **CARTÃO-RESPOSTA**. Os rascunhos e as marcações assinaladas no Caderno de Questões **NÃO SERÃO LEVADOS EM CONTA.**

10 - Quando terminar, entregue ao fiscal **O CADERNO DE QUESTÕES E O CARTÃO-RESPOSTA** e **ASSINE A LISTA DE PRESENÇA.**

Obs. O candidato só poderá se ausentar do recinto das provas após **1 (uma) hora** contada a partir do efetivo início das mesmas. Por motivos de segurança, o candidato **NÃO PODERÁ LEVAR O CADERNO DE QUESTÕES**, a qualquer momento.

11 - **O TEMPO DISPONÍVEL PARA ESTAS PROVAS DE QUESTÕES OBJETIVAS É DE 4 (QUATRO) HORAS**, findo o qual o candidato deverá, **obrigatoriamente**, entregar o **CARTÃO-RESPOSTA**.

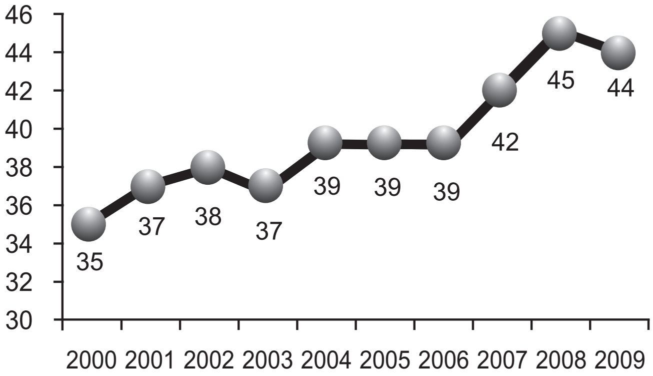
12 - As questões e os gabaritos das Provas Objetivas serão divulgados no primeiro dia útil após a realização das mesmas, no endereço eletrônico da **FUNDAÇÃO CESGRANRIO (http://www.cesgranrio.org.br)**.

FUNDAÇÃO CESGRANRIO

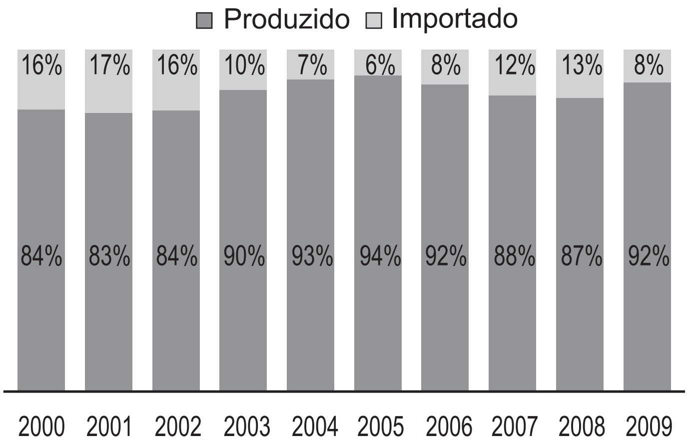
CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

1
Observe os gráficos a seguir.

Venda de óleo diesel no Brasil/ milhões de m^3



Origem do óleo diesel no Brasil



Disponível em: www.wikipedia.org

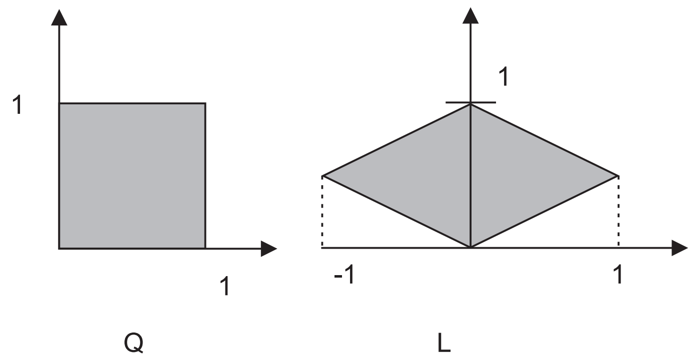
Admitindo-se que “Origem do óleo diesel no Brasil” se refere ao óleo diesel vendido no país de 2000 a 2009, então, nesse período, o ano em que houve maior produção de óleo diesel no país, em milhões de metros cúbicos, foi
(A) 2004
(B) 2005
(C) 2007
(D) 2008
(E) 2009

2
Dos *slogans* abaixo, o que é equivalente a “Se beber, então não dirija” é
(A) “Se não dirigir, então beba”.
(B) “Não beba nem dirija”.
(C) “Não beba ou não dirija”.
(D) “Se não beber, então dirija”.
(E) “Beba e não dirija”.

3
Há cinco poços de petróleo a serem perfurados (P_1, P_2, P_3, P_4 , P_5) e apenas três sondas disponíveis para perfuração (S_1, S_2, S_3). A sonda S_1 só pode ser utilizada para a perfuração dos poços P_4 e P_5. As sondas S_2 e S_3 podem ser utilizadas para a perfuração de qualquer dos cinco poços. Serão perfurados, inicialmente, apenas três dos cinco poços e, para isso, cada sonda será alocada a um único poço. Quantas maneiras distintas há para se alocarem as três sondas?
(A) 8 (B) 10 (C) 15 (D) 24 (E) 40

4
A imagem de uma transformação linear **T**: $R^6 \longrightarrow R^3$ é o espaço gerado pelos vetores (1, 0, 1), (0, 1, 0) e (1, –1, 1). A dimensão do núcleo de **T** é
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

5



A imagem do quadrado Q, representado acima na figura à esquerda, por uma transformação linear **T**: $R^2 \longrightarrow R^2$ é o losango L representado na figura à direita. Dentre as matrizes abaixo, aquela que pode representar **T** com respeito à base canônica de R^2 é

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$
(B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
(E) $\begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

6
Seja S o subespaço vetorial de R^3 formado por todos os ternos (x, y, z) que são soluções do sistema linear

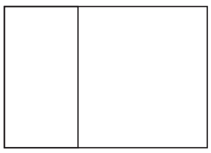
$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$$

Considere as seguintes afirmativas relativas a S:

I - S é o espaço gerado pelos vetores (2, 1, 3) e (1, –1, 2);
II - todos os vetores em S são ortogonais ao vetor (2, 1, 3);
III - S tem dimensão 0.

Está correto **APENAS** o que se afirma em
(A) I.
(B) II.
(C) III.
(D) I e II.
(E) II e III.

7



Deseja-se cercar uma região retangular de um terreno. Com o mesmo material da cerca, deseja-se, ainda, conduzir uma cerca interna paralelamente a um dos lados, de modo a dividir a área cercada em duas, conforme indicado na figura acima. Se há material disponível para construir 600 m de cerca, qual é, em m^2, a maior área total possível da região cercada?
(A) 12.000
(B) 14.400
(C) 15.000
(D) 22.500
(E) 36.000

8

O valor de $\int_4^{40} \sqrt{2x+1}\ dx$ é

(A) 117
(B) 234
(C) 343
(D) 351
(E) 468

9
Dada a função f:R $\longrightarrow$ R definida por f(x) = ln(3x + 1), o valor de $\lim_{x \to 0} \frac{f(2x) - f(0)}{x}$ é
(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 6

10
Em uma aplicação financeira de 7 meses, a razão entre o montante e o capital investido é igual a 1,4071. Mantido o regime de juros compostos, se a aplicação fosse de 15 meses, a razão entre o montante e o capital investido seria igual a
(A) 1,276282
(B) 1,477455
(C) 1,551300
(D) 1,979932
(E) 2,078928

11
Realizar uma operação financeira a uma taxa de 60% a.a., com capitalização mensal, é equivalente a realizar essa mesma operação, à taxa de juros composto semestral de
(A) 24,00%
(B) 26,53%
(C) 27,40%
(D) 30,00%
(E) 34,01%

12
Um empréstimo no valor de R$ 50.000,00 será pago em dez prestações mensais iguais, vencendo a primeira delas 180 dias após a liberação dos recursos. Se a taxa de juros compostos do financiamento é de 5% a.m., o valor das prestações, em reais, é mais próximo de
(A) 8.677,00
(B) 8.264,00
(C) 6.475,00
(D) 6.166,00
(E) 4.613,00

13
Um empréstimo no valor de R$ 20.000,00 será pago em 8 prestações mensais calculadas pela Tabela Price, sendo a primeira prestação paga 30 dias após a liberação do empréstimo. Se a taxa de juros é de 10% a.m., o valor da 2ª amortização mensal, em reais, é mais próximo de
(A) 3.748,00
(B) 2.000,00
(C) 1.923,00
(D) 1.825,00
(E) 1.748,00

14
Um título no valor de R$ 5.000,00 vencível daqui a 25 dias é descontado hoje à taxa de desconto comercial de 7,5% a.m.. O valor liberado do título, em reais, é mais próximo de
(A) 4.687,00
(B) 4.625,00
(C) 4.600,00
(D) 4.550,00
(E) 4.500,00

15
Um comerciante está estudando a viabilidade da aquisição de um bar. Esta compra somente será viável se o faturamento médio mensal deste bar for, pelo menos, de R$ 60.000,00. O comerciante consultou os documentos contábeis desse bar e escolheu, aleatoriamente, uma amostra dos faturamentos de 36 meses. A média amostral foi de R$ 54.000,00 com um desvio padrão de R$ 18.000,00. Nesse teste de hipóteses que o comerciante está realizando, a estatística de teste é de
(A) – 0,33
(B) – 2,00
(C) 0,33
(D) 1,50
(E) 2,00

16
Considere que tenha sido feita uma pesquisa junto a 1.000 profissionais das mais diversas profissões, na qual foram observados os níveis de renda e de escolaridade de cada um dos profissionais. O resultado está reproduzido na Tabela de Contingência apresentada a seguir. (SM = Salário Mínimo)

NÍVEL DE RENDA

ESCOLARIDADE	Até 2 SM	De 2 SM a 5 SM	De 5 SM a 10 SM	Acima de 10 SM
1º grau completo	100	80	20	10
2º grau completo	40	100	120	60
Superior completo	5	55	160	250

Suponha que tenha sido escolhido aleatoriamente um profissional com nível de renda entre 5 SM e 10 SMm. Qual a probabilidade desse profissional possuir o 2º grau completo?
(A) 0,12
(B) 0,30
(C) 0,32
(D) 0,40
(E) 0,47

17
Um experimento é composto pelo lançamento de 3 moedas honestas . A variável aleatória a ser considerada é o número de coroas observadas ao final desse experimento. Nesse caso, o espaço amostral a ser considerado é composto por quantos resultados?
(A) 2
(B) 3
(C) 4
(D) 6
(E) 12

18
Um levantamento realizado a respeito dos salários recebidos por uma determinada classe profissional utilizou uma amostra de 100 destes profissionais, na qual foram observados uma média de R$ 2.860,00 e um desvio padrão de R$ 786,00. Qual será, em reais, o desvio padrão da distribuição das médias amostrais dos salários desta classe de profissionais?
(A) 3,64
(B) 7,86
(C) 78,60
(D) 786,00
(E) 7.860,00

19
Suponha que você esteja participando de um sorteio que consiste na retirada de uma cartela de dentro de uma urna, onde está declarado o valor com o qual você será contemplado. Considere ainda que existam dentro da urna 1000 cartelas, com os valores assim distribuídos:

500 cartelas com o valor R$ 0,00;
300 cartelas com o valor R$ 50,00;
150 cartelas com o valor R$ 100,00;
50 cartelas com o valor R$ 200,00.

À medida que o número de cartelas retiradas for aumentando, tendendo para o infinito, para que valor, em reais, tenderá a média dos valores dos prêmios contemplados?
(A) 40,00
(B) 75,00
(C) 87,50
(D) 100,00
(E) 200,00

20
Uma empresa de pequeno porte possui 10 funcionários. Um levantamento socioeconômico indicou que 5 funcionários residem em residência própria. Se for escolhida aleatoriamente uma amostra de 4 funcionários, qual a probabilidade de que 3 funcionários residam em casa própria ?
(A) $\approx$ 0,05
(B) $\approx$ 0,24
(C) $\approx$ 0,50
(D) $\approx$ 0,75
(E) $\approx$ 0,80

21

O número de caminhões-tanque que chegam a um terminal de distribuição de combustíveis, para se abastecerem com gasolina, em um período de uma hora, é uma variável aleatória com a seguinte distribuição de probabilidades:

NÚMERO DE CAMINHÕES/HORA	PROBABILIDADE
0	0,10
1	0,30
2	0,50
3	0,10

A média e a variância do número de caminhões por hora são, respectivamente,

(A) 1,60 e 0,64
(B) 1,60 e 0,08
(C) 1,55 e 0,36
(D) 1,50 e 5,00
(E) 1,50 e 2,25

22

Um escritório de contabilidade fez um acompanhamento dos seus custos mensais de manutenção e verificou que esses custos são, principalmente, uma função linear do número de funcionários contratados. Um extrato do histórico desse processo consta da tabela a seguir.

CUSTO MENSAL (em R$)	NÚMERO DE FUNCIONÁRIOS
5.000,00	2
11.000,00	5
17.000,00	8
25.000,00	12

Qual é o valor predito para o custo mensal, em reais, desse escritório se forem contratados 7 funcionários?

(A) 13.000,00
(B) 14.000,00
(C) 14.500,00
(D) 15.000,00
(E) 16.000,00

23

Uma variável aleatória numérica contínua é uma variável que possui a característica de não se poder saber *a priori* o seu valor, além de ser

(A) qualitativa e de poder assumir qualquer valor dentro do intervalo no qual está definida.
(B) qualitativa e de ser fruto de um processo de contagem.
(C) qualitativa e de ser fruto de um processo de mensuração.
(D) quantitativa e de poder assumir qualquer valor dentro do intervalo no qual está definida.
(E) quantitativa e de ser fruto de um processo de contagem.

24

Considere que o faturamento mensal de uma empresa (variável Y) seja uma função linear do investimento mensal em propaganda (variável X1) , do investimento mensal em tecnologia (variável X2) , do investimento mensal em treinamento da equipe de vendas (variável X3) e do número disponível de vendedores (variável X4). Essa relação é representada matematicamente pela seguinte função de regressão:

$$\hat{Y} = 20 + 50X1 + 30X2 + 70X3 + 80X4$$

Um investimento mensal adicional de uma UM$ (Unidade Monetária) em propaganda, mantendo-se todos os demais investimentos e o número de vendedores disponíveis inalterados, ocasiona que alteração, em UM$, no faturamento dessa empresa?

(A) 20
(B) 50
(C) 80
(D) 230
(E) 250

25

Um levantamento realizado em uma agência bancária revelou que, de cada 200 clientes, 60 terminam o mês com saldo negativo em conta-corrente. Se for tomada uma amostra aleatória de 20 clientes dessa agência, qual o valor esperado do número de clientes com saldo negativo em conta-corrente ao final do mês?

(A) 3
(B) 5
(C) 6
(D) 10
(E) 12

26
Uma empresa de consultoria em recursos humanos deseja conhecer o salário médio praticado pelo mercado para a remuneração de uma determinada classe profissional. Para tal, terá de extrair uma amostra dos salários desses profissionais para inferir o valor do salário médio da população. É desejada uma confiança de 95%, e o erro de amostragem, considerado como aceitável, é de R$ 100,00. Estudos anteriores indicam que o desvio padrão dos salários observado na população constituída por esses profissionais é de R$ 600,00. Qual deverá ser o tamanho da amostra a ser utilizada para a estimação da média aritmética populacional dos salários dessa classe profissional?
(A) 30
(B) 58
(C) 139
(D) 200
(E) 322

27
Um fabricante deseja fazer um estudo, com uma confiança de 95%, a respeito da aceitação de um dos seus produtos com a finalidade de lançá-lo em um novo mercado. Esse novo lançamento somente será comercialmente viável se o índice de aceitação do produto for, pelo menos, de 90%. Para tal, realizou uma pesquisa de mercado em uma das cidades onde seu produto já é comercializado. Foi perguntado aos consumidores se gostaram (aceitaram) do produto. O resultado foi o seguinte:

850 consumidores responderam que gostaram do produto e
150 consumidores responderam que não gostaram do produto.

Qual será a estatística de teste a ser utilizada nesse teste?
(A) -5,27
(B) -1,96
(C) -1,65
(D) 1,96
(E) 5,27

28
Uma medida do grau de desigualdade de uma distribuição de renda é o(a)
(A) coeficiente de correlação linear de Pearson.
(B) Índice de Gini.
(C) quartil.
(D) percentil.
(E) média harmônica.

Considere o Caso 1 a seguir para responder às questões de n^os^ 29 a 32.

CASO 1

Nos próximos cinco anos, a Petrobras pretende investir, anualmente, até 300 milhões de reais em seu sistema de gasodutos e oleodutos que transportam os diversos derivados entre as suas diferentes unidades produtoras e os seus centros de refino e distribuição, dentro do Programa Tecnólogico de Dutos - PROTRAN. Os investimentos podem ser na reabilitação dos dutos já existentes e que estejam perto do final de sua vida útil (entre 20 e 30 anos) ou na implantação de novos dutos.
O processo de reabilitação de dutos consiste da pintura *in situ* das partes interna e externa de cada duto e depende do desenvolvimento, pelo CENPES (Centro de Pesquisas da PETROBRAS), de uma tinta especial. Sem esse desenvolvimento, o processo de reabilitação fica economicamente inviável e não pode ser executado.
Para todos os projetos foram calculados os Valores Presentes Líquidos(VPL), e os que se apresentaram economicamente viáveis (VPL positivo) estão sob a análise do comitê de investimentos da empresa. Esse comitê tem de decidir que projeto deve ou não ser realizado sujeito às restrições de investimento da empresa, maximizando o retorno para a empresa. Os projetos sob análise são os seguintes, com valores em milhões de reais:

		Capital requerido				
Projeto	VPL (8% a.a.)	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4	ANO 5
1	100	170	70	70	50	20
2	70	50	30	30	20	10
3	30	60	10	10	10	-
4	120	130	60	50	50	50
Investimento disponível		300	300	300	300	300

Projeto 1 – Construção de novo gasoduto Campinas-Rio de Janeiro que ligará a Refinaria de Paulínia (Replan) ao terminal de Japeri (RJ).
Projeto 2 – Reabilitação do gasoduto Pilar (AL)/Ipojuca (PE) através de pintura interna *in situ.*
Projeto 3 – Desenvolvimento da tinta a ser utilizada na recuperação de gasodutos.
Projeto 4 - Construção de novo gasoduto Campinas-Jacutinga que ligará a Refinaria de Paulínia (Replan) ao terminal de Jacutinga (MG).
Considere as variáveis de decisão como variáveis binárias designadas por

$$x_i = \begin{cases} 1, \text{ se o projeto } i \text{ for executado} \\ 0, \text{ se o projeto } i \text{ NÃO for executado} \end{cases}$$

29

A função-objetivo do modelo a ser utilizado é dada por

(A) Max $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

(B) Max $100x_1 + 70x_2 + 30x_3 + 120x_4$

(C) Max $\frac{x_1}{100} + \frac{x_2}{70} + \frac{x_3}{30} + \frac{x_4}{120}$

(D) Min $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$

(E) Min $100x_1 + 70x_2 + 30x_3 + 120x_4$

30

O conjunto de inequações que representam as restrições orçamentárias é dado por

(A) $\begin{array}{l} 170x_1 + 70x_2 + 70x_3 + 50x_4 + 20x_5 \leq 300 \\ 50x_1 + 30x_2 + 30x_3 + 20x_4 + 10x_5 \leq 300 \\ 60x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 10x_4 \leq 300 \\ 130x_1 + 60x_2 + 50x_3 + 50x_4 + 50x_5 \leq 300 \end{array}$

(B) $\begin{array}{l} 170x_1 + 50x_2 + 60x_3 + 130x_4 \leq 300 \\ 70x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 60x_4 \leq 300 \\ 70x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 50x_4 \leq 300 \\ 50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 50x_4 \leq 300 \\ 20x_1 + 10x_2 + 50x_4 \leq 300 \end{array}$

(C) $\begin{array}{l} 410x_1 + 170x_2 + 160x_3 + 130x_4 + 80x_5 \leq 1500 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 4 \end{array}$

(D) $\begin{array}{l} 170x_1 + 70x_2 + 70x_3 + 50x_4 + 20x_5 \leq 100 \\ 50x_1 + 30x_2 + 30x_3 + 20x_4 + 10x_5 \leq 70 \\ 60x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 10x_4 \leq 30 \\ 130x_1 + 60x_2 + 50x_3 + 50x_4 + 50x_5 \leq 120 \end{array}$

(E) $\begin{array}{l} 170x_1 + 50x_2 + 60x_3 + 130x_4 \leq 75 \\ 70x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 60x_4 \leq 75 \\ 70x_1 + 30x_2 + 10x_3 + 50x_4 \leq 75 \\ 50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 50x_4 \leq 75 \\ 20x_1 + 10x_2 + 50x_4 \leq 75 \end{array}$

31

A inequação que representa a restrição de dependência entre os projetos 2 e 3 é dada por

(A) $x_3 \leq x_2$

(B) $x_2 \leq x_3$

(C) $x_2 + x_3 \leq 2$

(D) $x_2 + x_3 = 2$

(E) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 4$

32

O Método que é utilizado para resolver esse tipo de problema é o

(A) Simplex.

(B) Duas Fases.

(C) Gradiente Decrescente.

(D) *Branch-and-Bound.*

(E) Gradiente Conjugado.

Considere o Caso 2 a seguir para responder às questões de nos 33 a 36.

CASO 2

A Petrobras vai lançar mais um produto inovador: trata-se do *Podium* AD, um aditivo que limpa os bicos injetores de motores de automóveis. O *Podium* AD está disponível no mercado em duas embalagens: limpeza leve (250 ml) e limpeza pesada (1.000 ml), ambas com duas opções de formulação: com ou sem solução detergente, usada para a limpeza do motor como um todo. Para fabricar o *Podium* AD sem solução detergente, é necessária a combinação de três ingredientes: água destilada, etanol e o aditivo D+. Para o produto com solução detergente, um quarto ingrediente – detergente D+ – é necessário numa proporção de, no mínimo, 3% e, no máximo, 5% por litro de produto. Na sua preparação, não existe perda volumétrica, isto é, a quantidade de litros fabricados é exatamente igual à soma de litros das matérias-primas utilizadas. A quantidade mensal disponível e os custos dos ingredientes são mostrados na Tabela I.

Tabela I

Matéria-Prima	Quantidade Disponível	Custo por Litro
Aditivo D+	60.000 litros	R$ 6,00
Etanol	45.000 litros	R$ 1,90
Água destilada	80.000 litros	R$ 0,20
Detergente D+	40.000 litros	R$ 0,90

Existem também custos de fabricação. As máquinas utilizadas no processo apresentam uma capacidade suficiente para suprir a demanda prevista. Existe um custo de produção variável igual a R$ 1,00 por litro de aditivo sem solução detergente e R$ 1,60 por litro de aditivo com solução detergente. A mão de obra é remunerada por produção, tendo um custo de R$ 3,00 por litro de *Podium* AD, independente do tipo de formulação. Cada embalagem para o produto Limpeza Leve custa R$0,40 e para a Limpeza Pesada, R$0,60.
A administração da Petrobras espera que o produto seja um sucesso de vendas. Através de pesquisas de mercado, foram estimados a demanda e os preços de cada produto que são mostrados na Tabela II.

Tabela II

Produto	Preço	Demanda de unidades
1 - Limpeza leve com solução detergente	R$ 22,00	30.000
2 - Limpeza leve sem solução detergente	R$ 20,00	40.000
3 - Limpeza pesada com solução detergente	R$ 65,00	10.000
4 - Limpeza pesada sem solução detergente	R$ 60,00	15.000

Considere que tudo que for produzido será vendido e que as variáveis de decisão e auxiliares na modelagem de um problema de programação linear são as seguintes:

X_{ij} = quantidade de litros da matéria-prima i no produto j

N_j = nº de unidade do produto j produzidos/vendidos

Q_i = quantidade de litros da matéria-prima i utilizados na produção de todos os produtos

$$i = \begin{cases} 1 - \text{Aditivo D+} \\ 2 - \text{Etanol} \\ 3 - \text{Água destilada} \\ 4 - \text{Detegente D+} \end{cases} \qquad j = \begin{cases} 1 - \text{Limpeza Leve com detergente} \\ 2 - \text{Limpeza Leve sem detergente} \\ 3 - \text{Limpeza Pesada com detergente} \\ 4 - \text{Limpeza Pesada sem detergente} \end{cases}$$

33

Qual a função-objetivo que pode ser utilizada na modelagem do caso, de maneira a maximizar o lucro da Petrobras na venda do novo produto?

(A) $\text{Max Lucro} = 22N_1 + 20N_2 + 65N_3 + 60N_4 - 6{,}0Q_1 - 1{,}9Q_2 - 0{,}2Q_3 - 0{,}9Q_4$

(B) $\text{Max Lucro} = 21{,}6N_1 + 19{,}6N_2 + 64{,}4N_3 + 59{,}4N_4 - 6{,}0Q_1 - 1{,}9Q_2 - 0{,}2Q_3 - 0{,}9Q_4$

(C) $\text{Max Lucro} = 21{,}0N_1 + 19{,}0N_2 + 64{,}0N_3 + 59{,}0N_4 - 6{,}0Q_1 - 1{,}9Q_2 - 0{,}2Q_3 - 0{,}9Q_4$

(D) $\text{Max Lucro} = 20{,}45N_1 + 18{,}60N_2 + 59{,}8N_3 + 55{,}4N_4 - 6{,}0Q_1 - 1{,}9Q_2 - 0{,}2Q_3 - 0{,}9Q_4$

(E) $\text{Max Lucro} = 20{,}0N_1 + 18{,}6N_2 + 62{,}8N_3 + 58{,}4N_4 - 6{,}0Q_1 - 1{,}9Q_2 - 0{,}2Q_3 - 0{,}9Q_4$

34

O conjunto de equações que representam as definições das variáveis auxiliares N_j é dado por

(A)
$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41}}{0{,}25} \\ N_2 &= \frac{X_{12} + X_{22} + X_{32}}{0{,}25} \\ N_3 &= X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} \\ N_4 &= X_{14} + X_{24} + X_{34} \end{aligned}$$

(B)
$$\begin{aligned} N_1 &= X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} \\ N_2 &= X_{12} + X_{22} + X_{32} \\ N_3 &= X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} \\ N_4 &= X_{14} + X_{24} + X_{34} \end{aligned}$$

(C)
$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41}}{4} \\ N_2 &= \frac{X_{12} + X_{22} + X_{32}}{4} \\ N_3 &= X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} \\ N_4 &= X_{14} + X_{24} + X_{34} \end{aligned}$$

(D)
$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14}}{0{,}25} \\ N_2 &= \frac{X_{21} + X_{22} + X_{23}}{0{,}25} \\ N_3 &= X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \\ N_4 &= X_{41} + X_{42} + X_{43} \end{aligned}$$

(E)
$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14}}{4} \\ N_2 &= \frac{X_{21} + X_{22} + X_{23}}{4} \\ N_3 &= X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \\ N_4 &= X_{41} + X_{42} + X_{43} \end{aligned}$$

35

O conjunto de equações que representam as definições das variáveis auxiliares Q_i é dado por

(A)
$$Q_1 = 4X_{11} + 4X_{12} + X_{13} + X_{14}$$
$$Q_2 = 4X_{21} + 4X_{22} + X_{23} + X_{24}$$
$$Q_3 = 4X_{31} + 4X_{32} + X_{33} + X_{34}$$
$$Q_4 = 4X_{41} + X_{43}$$

(B)
$$Q_1 = X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41}$$
$$Q_2 = X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42}$$
$$Q_3 = X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43}$$
$$Q_4 = X_{14} + X_{34}$$

(C)
$$Q_1 = 4X_{11} + 4X_{21} + X_{31} + X_{41}$$
$$Q_2 = 4X_{12} + 4X_{22} + X_{32} + X_{42}$$
$$Q_3 = 4X_{13} + 4X_{23} + X_{33} + X_{43}$$
$$Q_4 = 4X_{14} + X_{34}$$

(D)
$$Q_1 = X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14}$$
$$Q_2 = X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24}$$
$$Q_3 = X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34}$$
$$Q_4 = X_{41} + X_{43}$$

(E)
$$Q_1 = 0{,}25X_{11} + 0{,}25X_{12} + X_{13} + X_{14}$$
$$Q_2 = 0{,}25X_{21} + 0{,}25X_{22} + X_{23} + X_{24}$$
$$Q_3 = 0{,}25X_{31} + 0{,}25X_{32} + X_{33} + X_{34}$$
$$Q_4 = 0{,}25X_{41} + X_{43}$$

36

O conjunto de inequações que representam as restrições de percentagens mínima e máxima do detergente D+ é dado por

(A)
$$X_{41} \geq 0{,}0075N_1$$
$$X_{41} \leq 0{,}0125N_1$$
$$X_{43} \geq 0{,}03N_3$$
$$X_{43} \leq 0{,}05N_3$$

(B)
$$X_{41} \geq 0{,}03N_1$$
$$X_{41} \leq 0{,}05N_1$$
$$X_{43} \geq 0{,}03N_3$$
$$X_{43} \leq 0{,}05N_3$$

(C)
$$X_{41} \geq 3N_1$$
$$X_{41} \leq 5N_1$$
$$X_{43} \geq 3N_3$$
$$X_{43} \leq 5N_3$$

(D)
$$0{,}03X_{41} \geq N_1$$
$$0{,}05X_{41} \leq N_1$$
$$0{,}03X_{43} \geq N_3$$
$$0{,}05X_{43} \leq N_3$$

(E)
$$0{,}0075X_{41} \geq N_1$$
$$0{,}0125X_{41} \leq N_1$$
$$0{,}03X_{43} \geq N_3$$
$$0{,}05X_{43} \leq N_3$$

37
Dado o problema de programação linear

$$\begin{aligned}&\text{Min } 3x_1 - 5x_2\\&\text{s.r.}\\&-10x_1 + 2x_2 = 20\\&6x_1 - 6x_2 \leq 36\\&x_1 \geq 0\\&\forall x_2 \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

O dual desse problema é dado por

(A) $$\begin{aligned}&\text{Max } 20y_1 - 36y_2\\&\text{s.r.}\\&-10y_1 - 6y_2 \leq 3\\&2y_1 + 6y_2 = -5\\&y_2 \geq 0\\&\forall y_1 \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

(B) $$\begin{aligned}&\text{Max } 3y_1 - 5y_2\\&\text{s.r.}\\&-10y_1 - 6y_2 \leq 20\\&2y_1 + 6y_2 = -36\\&y_1 \geq 0\ ,\ y_2 \geq 0\end{aligned}$$

(C) $$\begin{aligned}&\text{Max } 3y_1 - 5y_2\\&\text{s.r.}\\&-10y_1 - 6y_2 \leq 20\\&2y_1 + 6y_2 \leq -36\\&y_2 \geq 0\\&\forall y_1 \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

(D) $$\begin{aligned}&\text{Min } 20y_1 - 36y_2\\&\text{s.r.}\\&-10y_1 - 6y_2 \leq 3\\&2y_1 + 6y_2 = -5\\&y_1 \geq 0, y_2 \geq 0\end{aligned}$$

(E) $$\begin{aligned}&\text{Min } 3y_1 - 5y_2\\&\text{s.r.}\\&-10y_1 - 6y_2 \leq 20\\&2y_1 + 6y_2 = -36\\&y_2 \geq 0\\&\forall y_1 \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

38
No contexto de programação linear, considere as afirmações abaixo.

I – Uma restrição redundante é sempre fácil de ser reconhecida.
II – O preço-sombra de uma restrição é uma constante no intervalo permissível de variação das constantes (RHS) das restrições.
III – Existe um custo reduzido associado a cada restrição do modelo.
IV – Um custo reduzido diferente de zero está sempre associado a uma variável de decisão que na solução ótima tem seu valor igual a zero.

São corretas **APENAS** as afirmativas
(A) I e IV.
(B) II e III.
(C) II e IV.
(D) I, II e III.
(E) I, III e IV.

39

Um chefe necessita fazer uma previsão do número de barris de petróleo que serão produzidos pela Petrobras nos próximos anos. Para tal, ele fez um levantamento histórico do número de barris de petróleo produzidos nos últimos cinco anos. A tabela abaixo mostra esse levantamento.

Ano t	Produção em milhões de barris Y_t
2005	596,25
2006	628,80
2007	638,02
2008	663,28
2009	711,88

O chefe disse a um funcionário que encontrasse o modelo que minimizasse o erro quadrático médio, utilizando o modelo linear para previsão. O funcionário constatou que o modelo linear é dado pela equação: Produção(t) = $b_0 + b_1(t)$, onde t representa o ano em que a produção acontece.

Sendo as variáveis de decisão da otimização dadas por

b_0 = coeficiente linear da reta

b_1 = coeficiente angular da reta

a função-objetivo que o funcionário deve minimizar é dada por

(A) $\text{Min } \frac{1}{5} \times \left\{ \sum_{t=1}^{5} \left[Y_t - (b_0 + b_1 t) \right] \right\}$

(B) $\text{Min } \frac{1}{5} \times \left\{ \sum_{t=1}^{5} \left[Y_t - (b_0 + b_1 t)^2 \right] \right\}$

(C) $\text{Min } \frac{1}{5} \times \left\{ \sum_{t=1}^{5} \left[Y_t^2 - (b_0 + b_1 t)^2 \right] \right\}$

(D) $\text{Min } \frac{1}{5} \times \left\{ \sum_{t=1}^{5} \left[(b_0 + b_1 t)^2 - Y_t^2 \right] \right\}$

(E) $\text{Min } \frac{1}{5} \times \left\{ \sum_{t=1}^{5} \left[Y_t - (b_0 + b_1 t) \right]^2 \right\}$

Considere o Caso 3 a seguir para responder às questões de n$^{\underline{os}}$ 40 a 42.

CASO 3

Um investidor tem à sua disposição dois tipos de investimento que estão descritos segundo sua rentabilidade esperada e o seu risco, apresentados abaixo

Investimento	Rentabilidade esperada	Risco
Opção 1	2,0 %	2,5 %
Opção 2	3,5 %	4,0 %

Essas opções de investimento não possuem correlação, então tanto o risco quanto a rentabilidade da carteira podem ser obtidos através de suas médias ponderadas.

O cliente deseja obter uma rentabilidade mínima de 2,5%, mas quer atingir essa rentabilidade ao menor risco possível, investindo todo o seu capital. Além disso, pelo menos 20% do capital total deve ser investido na opção 1.

Considere as seguintes variáveis de decisão:

P_i - a percentagem do total investido na opção i

(valores entre 0 e 1)

40

Qual a função-objetivo que pode ser utilizada na modelagem do caso, de maneira a minimizar o risco da carteira?

(A) $\text{Min } 0{,}025P_1 + 0{,}04P_2$

(B) $\text{Min } 0{,}02P_1 + 0{,}035P_2$

(C) $\text{Min } \frac{P_1}{0{,}025} + \frac{P_2}{0{,}04}$

(D) $\text{Min } \frac{P_1}{0{,}02} + \frac{P_2}{0{,}035}$

(E) $\text{Min } P_1 + P_2$

41

A inequação que representa a restrição rentabilidade mínima é dada por

(A) $P_1 + P_2 \geq 0{,}025$

(B) $0{,}025P_1 + 0{,}04P_2 \geq 0{,}025$

(C) $\frac{P_1}{0{,}025} + \frac{P_2}{0{,}04} \geq 0{,}025$

(D) $0{,}02P_1 + 0{,}035P_2 \geq 2{,}5$

(E) $0{,}02P_1 + 0{,}035P_2 \geq 0{,}025$

42
A restrição que representa a condição de que todo o capital do cliente será investido é

(A) $P_1 + P_2 > 1$

(B) $P_1 + P_2 < 1$

(C) $P_1 + P_2 \leq 100$

(D) $P_1 + P_2 = 1$

(E) $P_1 + P_2 = 100$

Considere o caso 4 a seguir para responder às questões de nºs 43 e 44.

CASO 4

A *PrintEasy* é uma empresa que realiza a impressão de mais de 1 milhão de contas de telefone anualmente. Nessas faturas existem anúncios de ofertas exclusivas além dos dados variáveis, como nome do cliente, endereço, valor da conta, etc. A emissão dessas faturas usa bobinas pré-impressas, cada uma com 10.000 faturas, sobre as quais são impressos dados variáveis antes de serem separadas. Existem dois tipos de bobinas pré-impressas: grande (com ofertas) e pequena (sem ofertas). O planejamento dos próximos 2 meses requer a seguinte quantidade de bobinas:

Mês	Pequena	Grande
maio	5	12
junho	8	13

A gráfica tem uma capacidade de produção mensal fixa de 20 bobinas, independente do tipo. O custo de produção é de R$ 500,00 para a bobina pequena e R$ 1.500,00 para a bobina grande. As bobinas produzidas em um determinado mês podem ser estocadas para o mês seguinte, a um custo total de R$ 50,00. Os estoques inicial e final dos dois tipos de bobinas devem ser zero no início de maio e final de junho, respectivamente.
Considere uma modelagem em rede (valores de oferta negativos e demandas positivas), com os seguintes nós:

Nó	Descrição
1	Produção do mês de maio
1G	Demanda de maio de bobinas grandes
1P	Demanda de maio de bobinas pequenas
2	Produção do mês de junho
2G	Demanda de junho de bobinas grandes
2P	Demanda de junho de bobinas pequenas

43
A Regra do Fluxo Balanceado, nesse caso, é dada pela seguinte expressão para cada Nó da rede:

(A) $\text{Saídas}_{\text{nó i}} - \text{Entradas}_{\text{nó i}} \leq \text{Oferta}_{\text{nó i}}$ ou $\text{Demanda}_{\text{nó i}}$

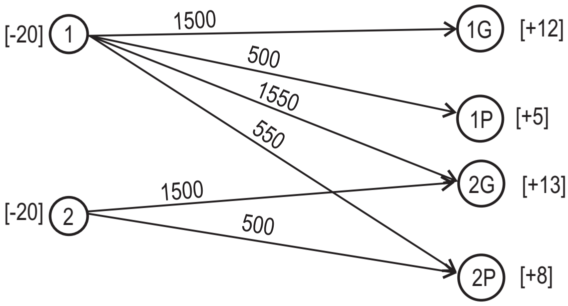
(B) $\text{Saídas}_{\text{nó i}} - \text{Entradas}_{\text{nó i}} \geq \text{Oferta}_{\text{nó i}}$ ou $\text{Demanda}_{\text{nó i}}$

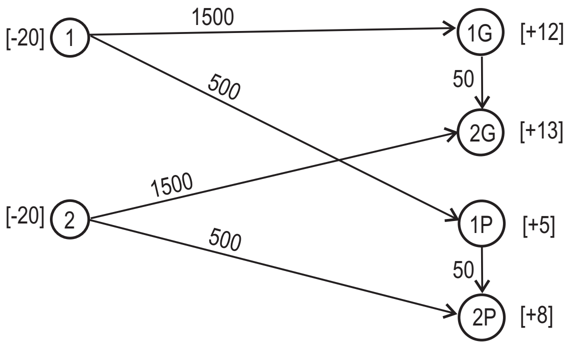
(C) $\text{Entradas}_{\text{nó i}} - \text{Saídas}_{\text{nó i}} = \text{Oferta}_{\text{nó i}}$ ou $\text{Demanda}_{\text{nó i}}$

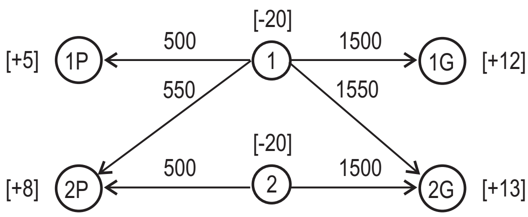
(D) $\text{Entradas}_{\text{nó i}} - \text{Saídas}_{\text{nó i}} \leq \text{Oferta}_{\text{nó i}}$ ou $\text{Demanda}_{\text{nó i}}$

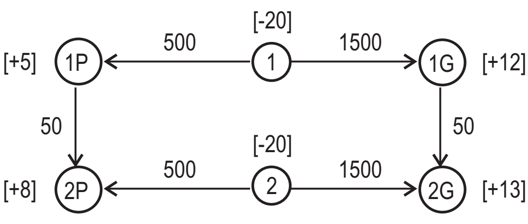
(E) $\text{Entradas}_{\text{nó i}} - \text{Saídas}_{\text{nó i}} \geq \text{Oferta}_{\text{nó i}}$ ou $\text{Demanda}_{\text{nó i}}$

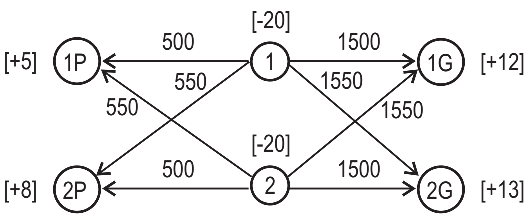
44
Qual das seguintes redes **NÃO** pode ser utilizada nessa modelagem

(A)


(B)


(C)


(D)


(E)


45
Considere o problema de otimização bicritério irrestrito: minimizar $F(x) = (f_1(x), f_2(x))$ sujeito a $x \in R^n$, onde f_i: $R^n \to R$, i=1,2. Um ponto eficiente para F em R^n é um ponto $x^* \in R^n$ tal que não existe $x \in R^n$ com $F(x) \le F(x^*)$ e $F(x) \neq F(x^*)$. Para F continuamente diferenciável, a condição de otimalidade de primeira ordem é dada por

(A) $\ddot{x}$ é um ponto crítico se $f_1(\ddot{x}) \le f_1(x)$ e $f_2(\ddot{x}) \le f_2(x)$

(B) $\ddot{x}$ é um ponto crítico se $f_1(\ddot{x}) \ge f_1(x)$ e $f_2(\ddot{x}) \ge f_2(x)$

(C) $\ddot{x}$ é um ponto crítico se $\Sigma_i \lambda_i \partial f_j(\ddot{x}) / \partial x_i \ge 0$ para algum j=1,2 e para todo $\lambda \in R^n$

(D) $\ddot{x}$ é um ponto crítico se ($\nabla f_1(\ddot{x}) = 0$ e $\nabla f_2(\ddot{x}) \ge 0$) ou ($\nabla f_1(\ddot{x}) \ge 0$ e $\nabla f_2(\ddot{x}) = 0$)

(E) $\ddot{x}$ é um ponto crítico se F é estritamente convexa

46
Para comprar um carro novo, foram identificados 4 modelos das indústrias A, B, C e D. A decisão será tomada de acordo com preço e consumo de combustível. É evidente que a preferência é por um carro mais barato que consuma menos combustível. Nesse caso, tem-se um problema com 4 alternativas e 2 critérios. As características dos 4 modelos são apresentadas através dos pares de coordenadas A=(36,8), B=(35,7), C=(34,8) e D=(35,9), onde a primeira coordenada refere-se ao preço (dado em R$ 1.000,00) e a segunda refere-se ao consumo de combustível (dado em litro por quilômetro). Em relação ao conjunto viável, conclui-se que

(A) A e D são pontos não dominados.
(B) B e C são pontos eficientes.
(C) B e D são pontos eficientes.
(D) C e D são soluções não dominadas.
(E) B e C são soluções dominadas.

47

O procedimento troca de r arestas (*r-exchange*) é uma das heurísticas de maior sucesso em obter uma solução aproximadamente ótima para o problema do caixeiro-viajante com n vértices. Em relação a esse procedimento, considere as afirmativas a seguir.

I - A partir de um ciclo Hamiltoniano H, o procedimento retira r arestas de H, produzindo r caminhos desconexos e os reconecta usando arestas diferentes daquelas retiradas, produzindo uma nova rota H'.
II - De um ciclo Hamiltoniano H é produzido um novo ciclo H', o qual difere de H em exatamente r arestas, as demais (n-r) arestas coincidem.
III - Caso o custo de H', produzido a partir da troca de r arestas de um ciclo Hamiltoniano H, seja maior que o custo de H, então H é substituído por H', senão um novo conjunto de r arestas de H é selecionado para troca.
IV - O processo de troca de r arestas é repetido até que nenhuma melhora adicional seja alcançada.
V - O procedimento *r-exchange* termina em um ótimo global, chamado de *r-ótimo* ou *r-opt*.

São corretas **APENAS** as afirmativas

(A) I e II.
(B) III e IV.
(C) I, IV e V.
(D) II, III, IV e V.
(E) I, II, III e V.

48

Sejam S o conjunto de busca, N a relação de vizinhança e g a função avaliação. De um pseudoalgoritmo de busca local estocástica retiram-se os seguintes comandos:

determine N(s) = {s' $\in$ S | (s, s') $\in$ N};

determine I*(s) = {s' $\in$ N(s) | g(s') = g*}, onde g* = min{g(s') | s' $\in$ N(s)};
s':= escolha aleatória segundo uma distribuição uniforme em I*(s) não vazio.

Uma alternativa para aumentar a rapidez dos algoritmos de busca local estocástica é selecionar o próximo passo de maneira mais eficiente. Neste contexto, o mecanismo de seleção do passo de busca do algoritmo, cujos comandos foram destacados acima, usa a estratégia de seleção

(A) do primeiro vizinho com melhora (*first improvement*) com ordem fixa para avaliar os vizinhos.
(B) do primeiro vizinho com melhora (*first improvement*) com ordem aleatória para avaliar os vizinhos.
(C) do melhor vizinho (*best improvement*) que escolhe o vizinho com melhora máxima em g.
(D) por melhora aleatória (*random improvement*) que escolhe aleatoriamente um vizinho entre os vizinhos com melhora.
(E) por pior melhora (*least improvement*) que escolhe o vizinho de melhora mínima em g.

49

Existem algoritmos de busca local estocástica em que a função passo está implementada em dois estágios. No primeiro estágio, uma solução vizinha s' da solução candidata corrente s é selecionada uniformemente e depois é aceita, ou não, de acordo com a função de probabilidade: p(T,s,s') = 1, se f(s') $\leq$ f(s); ou p(T,s,s') = exp((f(s)-f(s'))/T), caso contrário, onde T é um parâmetro denominado temperatura e f é a função avaliação. Quanto ao emprego desse critério, conhecido como condição de Metropolis, tem-se que

(A) quando T diminui, a aceitação fica mais rigorosa, ou seja, uma solução s' com função avaliação pior que s tem pouca chance de ser aceita como nova solução candidata.
(B) à medida que T aumenta, menos chance tem uma solução pior que a solução candidata corrente em ser aceita como nova solução candidata.
(C) existe a possibilidade de uma solução selecionada s' que melhora a função avaliação ser rejeitada.
(D) o algoritmo *Simulated Annealing* usa o critério de Metropolis que é parametrizado por um valor fixo de T.
(E) são exemplos de algoritmos de busca local estocástica que utilizam esse critério *Simulated Annealing*, Melhoria Iterativa Probabilística e Busca Tabu.

50

Em Teoria dos Jogos, uma das clássicas hipóteses é de que os jogadores tomem decisões

(A) com base em conjuntos distintos de estratégias.
(B) com base em experiências de sucesso passadas.
(C) com base nas possibilidades de ganhos ou perdas de alguns de seus oponentes.
(D) em acordo com um subconjunto de participantes, visando a maximizar perdas dos demais.
(E) puramente racionais.

Considere a situação a seguir para responder às questões de nºs 51 a 53.

Duas empresas concorrentes (ABC e XYZ) podem ter como estratégia atuar prioritariamente em um de três possíveis mercados (RJ, SP e MG). A depender da estratégia adotada por uma empresa, a outra tem uma significativa perda de mercado nacional, conforme indica o quadro a seguir, desenhado sob a ótica da empresa ABC.

Empresa/mercado		XYZ		
		RJ	SP	MG
ABC	RJ	+10%	+20%	+40%
	SP	+10%	0%	+50%
	MG	0%	+10%	-10%

Por exemplo, se ABC opta pela estratégia RJ (atuar prioritariamente no RJ) e XYZ opta pela estratégia SP (atuar prioritariamente em SP), a empresa ABC ganha 20%.

51

No contexto da Teoria dos Jogos, verifica-se que, para a empresa XYZ,

(A) a estratégia RJ domina a estratégia SP.
(B) a estratégia RJ domina a estratégia MG.
(C) a estratégia SP domina a estratégia MG.
(D) a estratégia MG domina a estratégia SP.
(E) não existe estratégia dominante.

52

No caso de duas concorrentes (ABC e XYZ) que apresentam esse quadro de estratégias no contexto da Teoria dos Jogos, verifica-se que, para a empresa ABC,

(A) a estratégia RJ domina a estratégia SP.
(B) a estratégia RJ domina a estratégia MG.
(C) a estratégia SP domina a estratégia MG.
(D) a estratégia MG domina a estratégia SP.
(E) não existe estratégia dominante.

53

No caso das duas concorrentes (ABC e XYZ), adotando-se o método de eliminação sequencial de estratégias dominadas, básico no contexto da Teoria dos Jogos, conclui-se que a empresa ABC

(A) ganhará 40% do mercado.
(B) ganhará 20% do mercado.
(C) ganhará 10% do mercado.
(D) continuará com a mesma fatia de mercado.
(E) perderá 10% do mercado.

54

Uma rede de seis localidades é composta por dois fornecedores de determinado produto (localidades 1 e 2), dois centros consumidores desse produto (localidades 3 e 4) e duas localidades (5 e 6), onde ocorre apenas transbordo, isto é, passagem do produto, sem retenção. Considere a seguinte notação: Qij = quantidade de produto fluindo da localidade i para a localidade j; Cij = custo de transportar cada unidade desse produto de i para j; Tij = quantidade máxima transportável da localidade i para a j; Pi = quantidade de produto disponível no fornecedor i (se positiva) ou demandada pelo consumidor i (se negativa). No caso das localidades 5 e 6 onde ocorre apenas o transbordo, tem-se Pi = 0. Se o objetivo for determinar o menor custo possível para o fluxo do produto na rede dos fornecedores 1 e 2 para os consumidores 3 e 4, eventualmente passando pelas localidades 5 e 6, devem ser observadas as seguintes restrições para todo i e todo j:

(A) Σ_k Qkj + Σ_k Qkj = Pi e $0 \leq$ Qij $\leq$ Tij

(B) Σ_k Qkj - Σ_k Qki = Pi e $0 \leq$ Qij $\leq$ Tij

(C) Σ_k Qik + Σ_k Qik = Pi e $0 \leq$ Qij $\leq$ Tij

(D) Σ_k Qik - Σ_k Qki = Pi e $0 \leq$ Qij $\leq$ Tij

(E) Σ_k Qik - Σ_k Qjk = Pi e $0 \leq$ Qij $\leq$ Tij

55

As ocorrências diárias de situações de emergência em uma instalação industrial são aleatórias e usualmente consideradas independentes umas das outras. Dessa forma, o modelo mais adequado para a simulação dos instantes de ocorrências é a Distribuição de Poisson e, consequentemente, os intervalos entre as ocorrências obedecem à Distribuição Exponencial. Na prática, observa-se que o tempo dedicado por um engenheiro à solução de cada emergência é bem modelado também pela Distribuição Exponencial. Esses são alguns dos motivos para que, em simulação desses processos de atendimento, o tempo (T) entre ocorrências e o tempo (T) de tratamento das mesmas sejam modelados por Distribuições Exponenciais que, entre outros aspectos, têm a propriedade denominada "ausência de memória" que (para quaisquer t > 0 e a > 0) é traduzida por:

(A) $P(T > t + a \mid T > a) = P(T > t)$

(B) Valor esperado de T = variância de T ($\mu = \sigma^2$)

(C) [Valor esperado de T]^2 = variância de T ($\mu^2 = \sigma^2$)

(D) $P(0 < T < a) > P(t < T < t + a)$

(E) $P(0 < T < a) = P(t < T < t + a)$

56

As técnicas de simulação são muito importantes em uma grande variedade de projetos quando estes apresentam cálculos muito complexos ou experimentos reais muito dispendiosos. Na base da simulação, tem-se a necessidade de geração de números pseudoaleatórios, quando as duas principais preocupações são: (1) um possível número deve ter a mesma probabilidade de ocorrer que qualquer outro dentre os demais possíveis números e (2) deve existir independência entre as ocorrências, isto é, a probabilidade de ocorrência de um número não deve ser afetada pelas eventuais ocorrências dos demais possíveis números. Os métodos de geração mais adotados na prática são: congruência mista (*mixed congruential method*), congruência multiplicativa (*multiplicative congruential method*) e congruência aditiva (*additive congruential method*). Considere os números inteiros K, L, M e N, tais que: 0 < K < M; 0 < L < M e N = 1, 2, 3... Para serem gerados números pseudoaleatórios entre 0 e M-1, inicia-se com uma semente X_0 aleatoriamente escolhida e adota-se a relação de recorrência $X_{N+1} = f(X_N, X_{N-1}, K, L)$(módulo M), isto é, X_{N+1} é o resto da divisão de $f(X_N, X_{N-1}, K, L)$ por M. Nessas condições, quando

(A) $f(X_N, X_{N-1}, K, L) = K.X_N + L$, tem-se a congruência mista.
(B) $f(X_N, X_{N-1}, K, L) = K.X_N / L$, tem-se a congruência mista.
(C) $f(X_N, X_{N-1}, K, L) = K.(X_N + L)$, tem-se a congruência multiplicativa.
(D) $f(X_N, X_{N-1}, K, L) = K.X_N + L.X_{N-1}$, tem-se a congruência mista.
(E) $f(X_N, X_{N-1}, K, L) = K.X_N.X_{N-1}, + L$, tem-se a congruência multiplicativa.

57

O tempo entre as ocorrências de emergências e o tempo consumido para resolvê-las pelo especialista são usualmente modelados por Distribuições Exponenciais. Se, em média, o tempo entre ocorrências é de 6h e, em média, o tempo necessário para o especialista solucioná-las é de 3h, então

(A) a distribuição que modela o tempo entre ocorrências é $f(T) = 6e^{-6T}$, com T > 0.
(B) a probabilidade de o especialista demorar mais que 3h em um atendimento é e^{-1}.
(C) a probabilidade de o intervalo entre duas ocorrências ser superior a 2h é dada por e^{-2}.
(D) a probabilidade de o intervalo entre duas ocorrências ser inferior a 2h é dada por e^{-2}.
(E) a probabilidade de o intervalo entre duas ocorrências ser superior a 2h é dada por $2e^{-2}$.

58

Na simulação da operação de uma planta industrial, supõe-se que ela pode apresentar dois estados: ou operou normalmente ou operou com alguma anomalia. Se um dia operou normalmente, a probabilidade de apresentar alguma anomalia no dia seguinte é 70%. Quando um dia operou com alguma anomalia, a probabilidade de operar normalmente no dia seguinte é 60%. Independente de como esteja operando atualmente, após muitos dias de operação, a probabilidade de concluir um dia operando normalmente é de, aproximadamente,

(A) 42% (B) 46%
(C) 51% (D) 56%
(E) 60%

59

Com base em dados históricos, verifica-se que, se uma linha de produção apresenta um índice de falhas inferior a 5% em determinado dia, a probabilidade de operar com mesmo nível de qualidade no dia seguinte é de 80%. Por outro lado, se opera com índice de falhas igual ou superior a 5% em algum dia, a probabilidade de voltar a operar com índice inferior a 5% no dia seguinte é de, apenas, 30%. Se, na simulação desse processo, verifica-se que a probabilidade de estar operando com índice de falhas inferior a 5% em algum dia é de 70%, a probabilidade de assim estar operando dois dias depois é de

(A) 42% (B) 46%
(C) 51% (D) 56%
(E) 63%

60

Um serviço de atendimento, que se inicia às 9 h, tem uma única fila para atendimento por um único servidor. O intervalo (em minutos) entre a chegada de dois clientes e o tempo (em minutos) de atendimento pelo servidor são variáveis aleatórias distribuídas uniformemente entre 0 e 10. No quadro a seguir, é apresentado o resultado de uma simulação com essas variáveis.

Cliente	Intervalo	Atendimento
1	1	2
2	5	8
3	7	3
4	1	7
(...)	(...)	(...)

Por exemplo, o primeiro cliente chega às 9 h 1 min, é atendido durante 2 min e, portanto, sai do sistema às 9 h 3 min. O segundo cliente chega 5 min após a chegada do primeiro cliente e o servidor irá consumir 8 min em seu atendimento. Nesse processo de simulação, o quarto cliente sairá do sistema às

(A) 9 h 22 min (B) 9 h 23 min
(C) 9 h 24 min (D) 9 h 25 min
(E) 9 h 26 min

61
Um serviço de atendimento, que se inicia às 9 h, tem uma única fila para atendimento por um único servidor. O intervalo (em minutos) entre a chegada de dois clientes é uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 4, e o tempo (em minutos) de atendimento pelo servidor é uma variável aleatória distribuída uniformemente entre 5 e 10. No quadro a seguir, é apresentado o resultado de uma simulação com essas variáveis.

Cliente	Intervalo	Atendimento
1	2	5
2	1	10
3	1	6
4	2	8
(...)	(...)	(...)

Por exemplo, o primeiro cliente chega às 9 h 2 min, é atendido durante 5 min e, portanto, sai do sistema às 9 h 7 min. O segundo cliente chega 1 min após a chegada do primeiro cliente, e o servidor irá consumir 10 min em seu atendimento. O cliente que aguardará na fila mais tempo para ser atendido irá esperar
(A) 13 min
(B) 14 min
(C) 15 min
(D) 16 min
(E) 17 min

Considere a situação a seguir para responder às questões de nºs 62 a 64.

Com o objetivo de prever a demanda (D) de um produto, observa-se que essa demanda tem crescido ao longo dos meses (M), de forma aproximadamente linear, conforme o quadro a seguir.

M	D
10	18
20	31
30	39

Isto é, designando por X o tempo decorrido em meses e por Y, a demanda, um bom modelo que relaciona X e Y é dado por $Y = \alpha X + \beta$, onde os coeficientes α e β são usualmente determinados através do método de ajuste denominado Mínimos Quadrados. Por exemplo, no mês 20, foram demandadas 31 unidades do produto.

62
A determinação dos coeficientes α e β é feita através da minimização da seguinte função-objetivo:

(A) $\sum_i \beta X_i^2 + \alpha^2 + 2\alpha\beta X_i + Y_i^2 - 2\beta X_i Y_i - 2\alpha Y_i$

(B) $\sum_i \alpha X_i^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta X_i + Y_i^2 - 2\alpha X_i Y_i - 2\beta Y_i$

(C) $\sum_i \alpha X_i^2 + \alpha^2 + 2\alpha\beta X_i + Y_i^2 - 2\alpha X_i Y_i - 2\beta Y_i$

(D) $\sum_i \alpha X_i^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta X_i + Y_i^2 - 2\alpha X_i Y_i - 2\alpha\beta Y_i$

(E) $\sum_i \alpha X_i^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta X_i + Y_i^2 - 2\alpha\beta X_i Y_i - 2\beta Y_i$

63
O Método dos Mínimos Quadrados determinará para os parâmetros α e β valores que são, respectivamente, aproximados por
(A) -1 e 10
(B) 1 e -10
(C) 1 e 10
(D) -1 e -10
(E) 10 e 1

64
O erro desse ajuste pode ser avaliado através do "*erro padrão da estimativa*", dado por $s = \left[\left(\sum_i Y_i^2 - \beta.\sum_i Y_i - \alpha.\sum_i X_i Y_i\right) / \ (n-2)\right]^2$. Assim, a melhor aproximação para o erro padrão da estimativa é
(A) 0
(B) 10
(C) 50
(D) 100
(E) 500

65
Um importante indicador da qualidade do modelo de regressão, obtido com a aplicação do Método dos Mínimos Quadrados, é o coeficiente de determinação, que é
(A) inversamente proporcional à variação explicada pela variável independente.
(B) inversamente proporcional à soma dos quadrados, devido à regressão.
(C) diretamente proporcional à variação explicada pela variável dependente.
(D) diretamente proporcional à variação explicada pela variável independente.
(E) diretamente proporcional à soma dos quadrados dos resíduos.

66

A Análise de Séries Temporais consiste no estudo de sequências numéricas, que são realizações de Processos Estocásticos. Um processo estocástico é considerado

(A) ergótico quando todas as séries temporais dele derivadas têm as mesmas estatísticas.
(B) ergótico quando suas propriedades estatísticas são invariantes no tempo.
(C) estacionário quando a série temporal dele resultante é constante.
(D) estacionário quando suas propriedades estatísticas são invariantes no tempo.
(E) estacionário quando as séries temporais dele derivadas são ergóticas.

67

Na Análise de Séries Temporais, tem-se uma técnica de ajuste de dados experimentais a um modelo empírico composto por uma equação de diferenças. Uma possível formulação é tal que os dados atuais (t = k) sejam uma combinação linear de p dados passados (z_{k-1}, ... z_{k-p}) ponderados por coeficientes (b_1, ... b_p), gerando uma equação do tipo

$$z_k = \sum_{i=1,p} b_i z_{k-i} + r_k$$

onde r_k é uma variável aleatória gaussiana. Essa formulação para Séries Temporais é

(A) tal que sua função de autocorrelação obedeça a uma equação não homogênea, cuja solução seja instável.
(B) tal que o modelo seja inversível, isto é, a sequência de entrada possa ser completamente determinada a partir da sequência de saída.
(C) denominada processo de médias móveis (MA – *moving average*)
(D) denominada processo autorregressivo (AR - *autoregressive*).
(E) denominada processo integrado autorregressivo de médias móveis (ARIMA – *autoregressive integrated moving average*).

68

Uma das clássicas formulações para Séries Temporais é dada por

$$z_k = r_k - \sum_{i=1,p} c_i r_{k-i}$$

onde a entrada (*input*) r_k é uma variável aleatória gaussiana. Essa formulação para Séries Temporais, em que a saída atual (z_k) é uma combinação linear da entrada nos instantes atual e passados (r_k, r_{k-1}, ... z_{k-p}), é

(A) gerada por um processo estocástico não estacionário.
(B) tal que sua função de autocorrelação obedeça a uma equação não homogênea cuja solução seja instável.
(C) denominada processo autorregressivo (AR - *autoregressive*).
(D) denominada processo integrado autorregressivo de médias móveis (ARIMA – *autoregressive integrated moving average*).
(E) denominada processo de médias móveis (MA – *moving average*).

69

Uma formulação de Séries Temporais, definida por

$$z_k = b_1.z_{k-1} + r_k - c_1.r_{k-1}$$

onde a entrada (*input*) r_k é uma variável aleatória gaussiana e a saída atual (z_k) é uma combinação linear da saída passada e da entrada em dois instantes (k e k-1), é conhecida como processo

(A) médias móveis (MA – *moving average*) de primeira ordem.
(B) médias móveis (MA – *moving average*) de segunda ordem na entrada.
(C) misto autorregressivo de médias móveis (ARMA – *mixed autoregressive moving average*) de segunda ordem na entrada.
(D) misto autorregressivo de médias móveis (ARMA – *mixed autoregressive moving average*) de primeira ordem.
(E) autorregressivo (AR – *autoregressive*) de segunda ordem na entrada.

70

No caso de Séries Temporais, definidas através de um processo cujas saídas

$$\{z_k, z_{k-1}, z_{k-2}, \ldots\}$$

também denominadas observações não exibem estatísticas estacionárias, o modelo mais adequado, que pode ser usado diretamente, é o processo

(A) misto autorregressivo de médias móveis (ARMA – *mixed autoregressive moving average*) de primeira ordem.
(B) misto autorregressivo de médias móveis (ARMA – *mixed autoregressive moving average*) de segunda ordem.
(C) médias móveis (MA – *moving average*) de primeira ordem.
(D) autorregressivos (AR – *autoregressive*).
(E) integrado autorregressivo de médias móveis (ARIMA – *autoregressive integrated moving average*).

RASCUNHO