CONCURSO VESTIBULAR 2008

10/12/2007

INSTRUÇÕES

1. Confira, abaixo, seu nome e número de inscrição.

   Atenção: Assine no local indicado.

2. Verifique se os dados impressos no Cartão-Resposta correspondem aos seus. Caso haja alguma irregularidade, comunique-a imediatamente ao Fiscal.
3. Não serão permitidos empréstimos de materiais, consultas e comunicação entre candidatos, tampouco o uso de livros e apontamentos. Relógios, aparelhos eletrônicos e, em especial, aparelhos celulares deverão ser desligados e colocados no saco plástico fornecido pelo Fiscal. O não-cumprimento destas exigências ocasionará a exclusão do candidato deste Processo Seletivo.
4. Aguarde autorização para abrir o Caderno de Provas. A seguir, antes de iniciar as provas, **confira a paginação**.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos Fiscais.
6. A Prova Objetiva é composta por **40 questões** de múltipla escolha, em que há **somente uma** alternativa correta. Transcreva para o Cartão-Resposta o resultado que julgar correto em cada questão, preenchendo o retângulo correspondente com caneta de tinta preta.
7. No Cartão-Resposta, **anulam a questão**: a marcação de mais de uma alternativa em uma mesma questão, as rasuras e o preenchimento além dos limites do retângulo destinado para cada marcação. Não haverá substituição do Cartão-Resposta por erro de preenchimento.
8. A duração das provas será de **4 (quatro) horas**, incluindo o tempo para preenchimento do Cartão-Resposta.
9. Ao concluir as provas, permaneça em seu lugar e comunique ao Fiscal.
10. Aguarde autorização para devolver, em separado, o Caderno de Provas e o Cartão-Resposta devidamente assinados.

MATEMÁTICA

FORMULÁRIO DE MATEMÁTICA

Análise Combinatória

$P_n = n! = 1.2 \cdots n$ $\quad A_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ $\quad C_{n,r} = \dfrac{n!}{(n-r)!r!}$

Probabilidade

$P(A) = \dfrac{\text{número de resultados favoráveis a } A}{\text{número de resultados possíveis}}$ $\quad P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $\quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Progressões aritméticas

$a_n = a_1 + (n-1)r$ $\quad S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)n}{2}$

Progressões geométricas

$a_n = a_1 q^{(n-1)}$ $\quad S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q-1},\ q \neq 1$ $\quad S = \dfrac{a_1}{1-q},\ 0 < |q| < 1$

Logarítmo na base b

$\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$ $\quad \log_b\left(\dfrac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$ $\quad \log_b(x^a) = a\log_b(x)$

Relações trigonométricas

$\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$ $\quad 1 + \tan^2(\theta) = \sec^2(\theta)$ $\quad 1 + \text{cotan}^2(\theta) = \text{cosec}^2(\theta)$

ângulo θ	30^o	45^o	60^o
sen(θ)	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

Equação da circunferência
$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$

Área do cículo
$A = \pi r^2$

Volume do cilindro
$V = A_b \cdot h$

Equação da elípse
$\dfrac{(x-x_0)^2}{a^2} + \dfrac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

Volume do prisma
$V = A_b \cdot h$

Volume da esfera
$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

Área do triângulo por três pontos

$$A = \frac{1}{2}\left|\text{det}\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{pmatrix}\right|$$

O gabarito oficial provisório estará disponível no endereço eletrônico **www.cops.uel.br** a partir das 20 h do dia 10/12/2007.

MATEMÁTICA

1) Seja a função f definida por:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} + \frac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$$

O domínio da função f é:

a) $\{x \in \mathbb{R} : -3 < x < -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} : -3 < x < -2\} \cap \{x \in \mathbb{R} : 2 < x < 3\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} : x < 3\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$

2) Considere os pontos distintos A, B, C e D do plano cartesiano. Sabendo que $A = (2, 3)$, $B = (5, 7)$ e os pontos C e D pertencem ao eixo y de modo que as áreas dos triângulos $\triangle ABC$ e $\triangle ABD$ sejam iguais a $\frac{47}{2}\ u^2$, onde u é a unidade de medida usada no sistema. A distância d entre os pontos C e D é:

a) $d = \frac{2}{3}\ u.$

b) $d = 30\ u.$

c) $d = \frac{94}{3}\ u.$

d) $d = -10\ u.$

e) $d = \frac{47}{5}\ u.$

3) São lançados dois dados, duas vezes: na primeira vez as faces superiores marcam 5 e 5 e na segunda marcam 2 e 5. Para registro dessas informações considera-se a ordem não decrescente, isto é, para o primeiro lançamento é feito o registro 5;5 e para o segundo 2;5. Assim sendo:

I. São possíveis vinte e um registros distintos.

II. Em três registros a soma das faces dos dados é onze .

III. Supondo que o resultado do lançamento de um dos dados seja o número três, existem seis registros com esse resultado.

IV. O número de registros que contém o número dois é maior que o número de registros que contém o número seis.

Assinale a aternativa que contém todas as afirmativas corretas

a) I e II.

b) I e III.

c) III e IV.

d) I, II e IV.

e) II, III e IV.

4) Um instituto de pesquisas entrevistou 1.000 indivíduos, perguntando sobre sua rejeição aos partidos A e B. Verificou-se que 600 pessoas rejeitavam o partido A; que 500 pessoas rejeitavam o partido B e que 200 pessoas não tem rejeição alguma. O número de indivíduos que rejeitam os dois partidos é:

a) 120 pessoas.

b) 200 pessoas.

c) 250 pessoas.

d) 300 pessoas.

e) 800 pessoas.

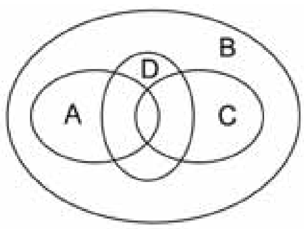
5) **No quadrado abaixo a soma dos elementos de qualquer linha, coluna ou diagonal é sempre constante e igual a k. Um quadrado desse tipo é chamado de QUADRADO MÁGICO.**

m	**n**	**t**
u	**14**	**27**
26	**v**	**13**

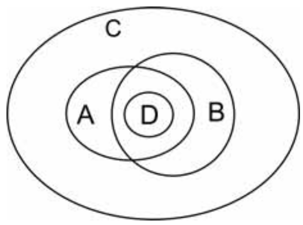
Nessas condições a soma $m + n + t + u + v$ é:

a) 42
b) 43
c) 44
d) 45
e) 46

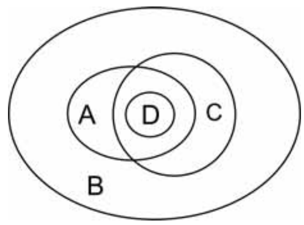
6) **É comum representar um conjunto pelos pontos interiores a uma linha fechada e não entrelaçada. Esta representação é chamada de diagrama de Venn. Considere quatro conjuntos não vazios A, B, C e D . Se $A \not\subset C$, $C \not\subset A$, $B \supset (A \cup C)$ e $D \subset (A \cap C)$ então o diagrama de Venn que representa tal situação é:**



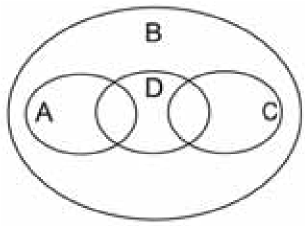
a)



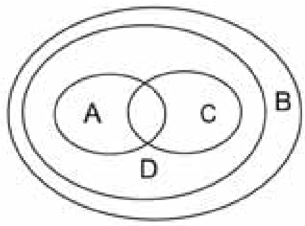
b)



c)



d)



e)

7) **A identidade $\dfrac{1}{x(x^2-1)} = \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x-1} + \dfrac{C}{x+1}$ é válida para todo x real exceto para $x = 0$, $x = -1$ e $x = 1$.**

Nessas condições, os valores de A, B e C, nessa ordem são:

a) $-1, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2}$
b) $0, \quad 0, \quad 1$
c) $-1, \quad \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
d) $1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$
e) $0, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2}$

8) **O número complexo z que verifica a equação $iz - 2\bar{z} + (1+i) = 0$ é:**

a) $z = 1 + i$

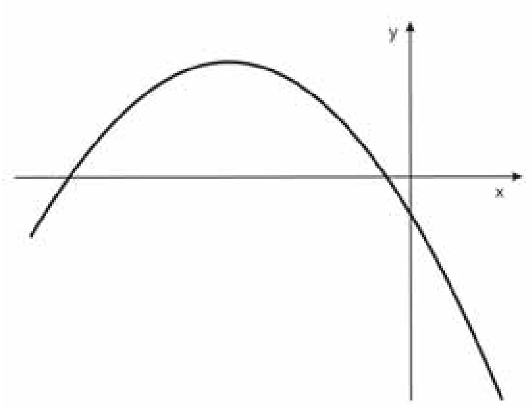
b) $z = \frac{1}{3} - i$

c) $z = \frac{1-i}{3}$

d) $z = 1 + \frac{i}{3}$

e) $z = 1 - i$

9) **Considere a função real definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, cujo gráfico é o seguinte:**



Com base na situação exposta e nos conhecimentos sobre o tema, considere as seguintes afirmativas:

I. $\triangle = b^2 - 4ac > 0$

II. $a(b+c) > 0$

III. $f\left(\frac{-b+2a}{2a}\right) = f\left(\frac{-b-2a}{2a}\right)$

IV. $a\sqrt{\triangle} > 0$

Assinale a alternativa que contém todas as afirmações corretas.

a) I e III.

b) III e IV.

c) I, II e III.

d) I, II e IV.

e) II, III e IV.

10) **Para medir a altura de um edifício, um engenheiro utilizou o seguinte procedimento: mediu a sombra do prédio obtendo 10,0 metros. Em seguida, mediu sua própria sombra que resultou em 0,5 metros. Sabendo que sua altura é de 1,8 metros, ele pôde calcular a altura do prédio, obtendo:**

a) 4,5 metros.

b) 10,0 metros.

c) 18,0 metros.

d) 36,0 metros.

e) 45,0 metros.

11) Seja a equação exponencial:

$$9^{x+3} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$$

Assinale a alternativa que contém a solução da equação exponencial dada.

a) $x = -6$

b) $x = -\dfrac{6}{5}$

c) $x = \dfrac{5}{6}$

d) $x = \dfrac{5}{2}$

e) $x = 6$

12) Um arquiteto fez um projeto para construir colunas de concreto que vão sustentar um viaduto. Cálculos mostram que 10 colunas com a forma de um prisma triangular regular de aresta de 1 metro por 10 metros de altura são suficientes para sustentar o viaduto.
Se 1 metro cúbico de concreto custa R$ 200,00, qual será o custo total das colunas?

a) R$ 1.000,00

b) Aproximadamente $R\$\ 4.320,00$

c) $R\$\ 5.000,00$

d) Aproximadamente $R\$\ 8.650,00$

e) Aproximadamente $R\$\ 17.300,00$

13) Considere a expressão:

$$W = \frac{\left(1 - \frac{4}{5}\right)^{-1}}{5 \times 10^{-1}} - (-1)^{-3} - \frac{(0,2)^{-2}}{(-2)^2 + 1}$$

O valor de W é:

a) $W = 6 - i$

b) $W = 6$

c) $W = 6 + i$

d) $W = -\dfrac{1}{2}$

e) $W = 3$

14) Considere a função polinomial $f(x) = x^3 + 2x + 3$. Se h é um número real, assinale a alternativa que expressa corretamente o valor da função g definida por:

$$g(h) = \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

a) $g(h) = 29 + 9h + h^2$

b) $g(h) = 2 + h^2$

c) $g(h) = h^2 + 2 - \dfrac{18}{h}$

d) $g(h) = h^2 + 2h - 18$

e) $g(h) = h^3 + 2h + 3$

15) Considere o intervalo fechado $[0,1]$. Retire dele, numa primeira etapa, o terço médio aberto $\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$, sobrando então

$$\left[0,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3},1\right]$$

Numa segunda etapa retire o terço médio aberto de cada um dos intervalos restantes, sobrando

$$\left[0,\frac{1}{9}\right]\cup\left[\frac{2}{9},\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{7}{9}\right]\cup\left[\frac{8}{9},1\right]$$

A soma dos comprimentos dos intervalos que sobram é inferior a $\left(\frac{1}{1000}\right)$ a partir da:

Dados: $\log(2)\cong 0,30$ e $\log(3)\cong 0,48$.

a) 10^a etapa.

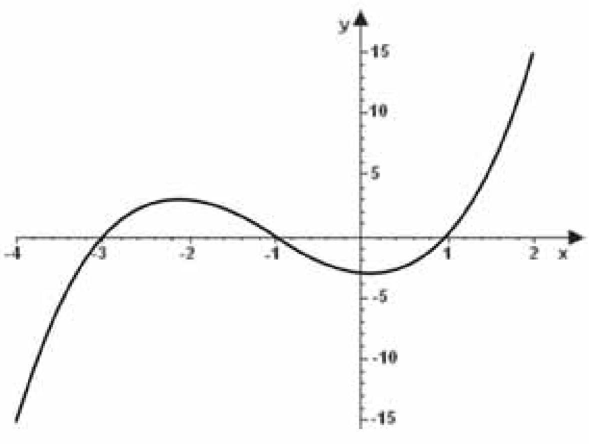
b) 16^a etapa.

c) 17^a etapa.

d) 20^a etapa.

e) 22^a etapa.

16) Seja $g(x)=f(x+1)$. Um esboço do gráfico da função f está ilustrado a seguir.



Considere as seguintes afirmativas:

I. A função g se anula em $x=-4$, $x=-2$ e $x=0$

II. Se $-4\leq x\leq 0$ então $g(x)\geq 0$

III. Se $-3\leq x\leq -2$ então $f(x)\cdot g(x)\geq 0$

IV. Existe $x\in(0,1)$ tal que $g(f(x))<0$

Assinale a alternativa que contém todas as afirmativas corretas.

a) I e II.

b) I e III.

c) II e IV.

d) I, III e IV.

e) II, III e IV.

17) Se $\cos(2x) = \frac{1}{2}$, então o valor de $\tan^2(x) + \sec^2(x)$ é:

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{3}$

c) 1

d) $\frac{4}{3}$

e) $\frac{5}{3}$

18) Seja A uma matriz quadrada 2×2 de números reais dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

O *polinômio característico* de A é definido por $c(t) = det(A - t.I)$, onde I é a matriz identidade 2×2. Nessas condições, o polinômio característico da matriz A é:

a) $t^2 - 4$

b) $-2t - 1$

c) $t^2 + t + 1$

d) $t^3 + 2t^2 + 3t + 4$

e) $t^2 - 5t - 2$

19) Considere a equação

$$\log_2(x) + \log_2(x^{\frac{1}{3}}) + \log_2(x^{\frac{1}{9}}) + \log_2(x^{\frac{1}{27}}) + \log_2(x^{\frac{1}{81}}) = \frac{363}{81}$$

A solução dessa equação é:

a) 8

b) 16

c) 81

d) 72

e) 236

20) De um total de 500 estudantes da área de exatas, 200 estudam Cálculo Diferencial e 180 estudam Álgebra Linear. Esses dados incluem 130 estudantes que estudam ambas as disciplinas. Qual é a probabilidade de que um estudante escolhido aleatoriamente esteja estudando Cálculo Diferencial ou Álgebra Linear?

a) 0,26

b) 0,50

c) 0,62

d) 0,76

e) 0,80