



Processo Seletivo 2011-2

Matemática

1) Gabarito oficial definitivo sem distribuição dos pontos - Questão 1

x = Gastos nos Estados Unidos

y = Gastos no Brasil

z = Gastos em Portugal

As equações do problema são:

$$x = 2y$$

$$y = z - \frac{40}{100}z = \frac{3}{5}z$$

$$x + y + z = R\$49.000,00$$

Substituindo na última equação temos que:

$$2y + y + \frac{3}{5}y = 49.000$$

$$\frac{18}{5}y = 49.000 \Rightarrow y = R\$10.500,00$$

Daí segue que:

$$x = R\$21.000,00$$

$$z = R\$17.500,00$$



Processo Seletivo 2011-2

2) Gabarito oficial definitivo sem distribuição dos pontos - Questão 2

Seja x a medida (em metros) da largura do palco antes da ampliação. Portanto, a medida do comprimento do palco antes da ampliação é $x + 4$ e a área A do palco antes da reforma é então dada pela expressão $A = x \cdot (x + 4) = x^2 + 4x$.

Após a ampliação, os lados do palco apresentam como medidas os valores $x + 3$ e $x + 7$

Portanto, a área A_r do palco depois da reforma é

$$A_r = (x + 3) \cdot (x + 7) = x^2 + 10x + 21$$

Após a reforma, o palco teve sua área ampliada em 69 m^2 , logo

$$A + 69 = A_r.$$

Daí,

$$x^2 + 4x + 69 = x^2 + 10x + 21 \Rightarrow x = 8(\text{metros})$$

Portanto, o perímetro P do palco antes da reforma é dado por:

$$P = 2(x + x + 4) = 2(2x + 4) = 2(16 + 4) = 40(\text{metros})$$



Processo Seletivo 2011-2

3) Gabarito oficial definitivo sem distribuição dos pontos - Questão 3

Determinação de A e B.

1º Alternativa:

Seja r a razão da P.A., então:

$$\begin{cases} A + B + 240 = 1260 \\ B = 240 + r \\ A = 240 + 2r \end{cases} \Rightarrow 3r + 720 = 1260 \rightarrow r = \frac{540}{3} = 180$$

Substituindo segue que: $A = 240 + 2 \times 180 = 600$ e $B = 240 + 180 = 420$

2º Alternativa:

Como A , B e 240 formam uma progressão aritmética cuja soma é 1260, segue que:

$1260 = \frac{(A+240)3}{2}$, o que implica que $A = \frac{1260 \times 2 - 720}{3} = 600$. Como 30% de A corresponde a 180 reais, tem-se que $B = 600 - 180 = 420$.

Determinação de $P(x)$:

$P(x) = \alpha x + \beta$ tal que, $P(240) = A = 600$ e $P(540) = B = 420$, donde

$$\begin{cases} L1: 240\alpha + \beta = 600 \\ L2: 540\alpha + \beta = 420 \end{cases} \text{ Fazendo } L2-L1 \text{ tem-se que, } 300\alpha = -180 \Rightarrow \alpha = -\frac{3}{5}$$

Substituindo em $L1$, segue:

$$-\frac{3}{5}240 + \beta = 600 \Rightarrow \beta = 600 + 144 = 744. \text{ Logo, } P(x) = -\frac{3}{5}x + 744.$$

Portanto, o rendimento bruto da companhia gestora é $R(x) = x.P(x)$, donde,

$$R(x) = -\frac{3}{5}x^2 + 744x$$

Cálculo do rendimento bruto máximo: Como o coeficiente a é menor do que 0, o ponto de máximo da parábola $R(x)$ é dado por: $x = -\frac{b}{2a}$ donde,

$$x = \frac{-744}{-2 \times \frac{3}{5}} = 744 \times \frac{5}{6} = 620$$

Portanto, o preço correspondente à venda de 620 cotas será:

$$P(620) = -\frac{3}{5}620 + 744 = -372 + 744 = 372 \text{ reais.}$$



Processo Seletivo 2011-2

4) Gabarito oficial definitivo sem distribuição dos pontos - Questão 4

Temos que

$$\begin{aligned}h(t) &= (t+a)^3 + (t+b)^2 + c^3 \\ &= t^3 + 3at^2 + 3a^2t + a^3 + t^2 + 2bt + b^2 + c^3 \\ &= t^3 + (3a + 1)t^2 + (3a^2 + 2b)t + a^3 + b^2 + c^3\end{aligned}$$

Para que $h(t)$ seja igual a $q(t) = t^3 - 5t^2 + 8t - 3$ é necessário que:

$$3a + 1 = -5 \quad (\text{i})$$

$$3a^2 + 2b = 8 \quad (\text{ii})$$

$$a^3 + b^2 + c^3 = -3 \quad (\text{iii})$$

Da igualdade (i) segue que $a = -2$.

Substituindo $a = -2$ em (ii) segue que $b = -2$.

Substituindo $a = -2$ e $b = -2$ em (iii) segue que $c = 1$.