

MARINHA DO BRASIL
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

*(CONCURSO PÚBLICO DE ADMISSÃO À
ESCOLA NAVAL / CPAEN-2013)*

**NÃO ESTÁ AUTORIZADA A UTILIZAÇÃO DE
MATERIAL EXTRA**

MATEMÁTICA
(EXCLUSIVO PARA O SEXO FEMININO)

PROVA DE MATEMÁTICA

1) A soma das raízes reais distintas da equação $||x-2|-2|=2$ é igual a

(A) 0

(B) 2

(C) 4

(D) 6

(E) 8

2) A equação $4x^2 - y^2 - 32x + 8y + 52 = 0$, no plano xy , representa

- (A) duas retas
- (B) uma circunferência
- (C) uma elipse
- (D) uma hipérbole
- (E) uma parábola

3) Considere f e g funções reais de variável real definidas por, $f(x) = \frac{1}{4x-1}$ e $g(x) = 2x^2$. Qual é o domínio da função composta $(f \circ g)(x)$?

(A) \mathbb{R}

(B) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -\frac{1}{2\sqrt{2}}, x \neq \frac{1}{2\sqrt{2}}\right\}$

(C) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{1}{4}\right\}$

(D) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{1}{4}, x \neq \frac{1}{2\sqrt{2}}\right\}$

(E) $\left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -\frac{1}{4}, x \neq -\frac{1}{2\sqrt{2}}\right\}$

4) Considerando que a função $f(x) = \cos x$, $0 \leq x \leq \pi$, é inversível, o valor de $\operatorname{tg}(\arccos \frac{2}{5})$ é

(A) $-\frac{\sqrt{21}}{5}$

(B) $-\frac{4}{25}$

(C) $-\frac{\sqrt{21}}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{21}}{25}$

(E) $\frac{\sqrt{21}}{2}$

5) Sabendo que a função real $f(x) = \begin{cases} 1 + e^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \frac{x^2 + x - a}{x + 2} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ é

contínua em $x = 0$, $x \in \mathbb{R}$, qual é o valor de $\frac{a}{b}$, onde

$$b = \frac{f^2(0)}{4} ?$$

(A) 8

(B) 2

(C) 1

(D) $-\frac{1}{4}$

(E) -8

6) Quantas unidades de área possui a região plana limitada pela curva de equação $y = -\sqrt{3-x^2-2x}$ e a reta $y = x-1$?

(A) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$

(B) $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}$

(C) $3\pi + 2$

(D) $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

(E) $\pi - 2$

7) As equações simétricas da reta de interseção dos planos $2x - y - 3 = 0$ e $3x + y + 2z - 1 = 0$, $x, y, z \in \mathbb{R}$ são

(A) $\frac{x}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{2-z}{5}$

(B) $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{5}$

(C) $x = \frac{y+3}{2} = \frac{2-z}{4}$

(D) $x-1 = \frac{3-y}{2} = \frac{z-2}{4}$

(E) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{5}$

8) Sejam $F(x) = x^3 + ax + b$ e $G(x) = 2x^2 + 2x - 6$ dois polinômios na variável real x , com a e b números reais. Qual valor de $(a+b)$ para que a divisão $\frac{F(x)}{G(x)}$ seja exata?

(A) -2

(B) -1

(C) 0

(D) 1

(E) 2

9) A figura abaixo mostra um ponto $P \neq O$, O origem, sobre a parábola $y = x^2$ e o ponto Q , interseção da mediatriz do segmento OP com o eixo y . A medida que P tende à origem ao longo da parábola, o ponto Q se aproxima do ponto

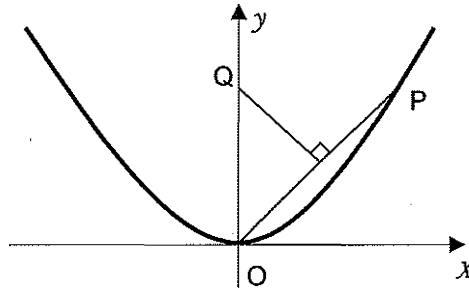
(A) $(0, 0)$

(B) $(0, \frac{1}{8})$

(C) $(0, \frac{1}{6})$

(D) $(0, \frac{1}{4})$

(E) $(0, \frac{1}{2})$



10) Sabendo que $b = \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12} + \dots\right)$ então o valor de $\log_2|b|$ é

- (A) 1
- (B) 0
- (C) -1
- (D) -2
- (E) 3

11) Considere uma fração cuja soma de seus termos é 7. Somando-se três unidades ao seu numerador e retirando-se três unidades de seu denominador, obtém-se a fração inversa da primeira. Qual é o denominador da nova fração?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

(E) 5

12) Num prisma hexagonal regular a área lateral é 75% da área total. A razão entre a aresta lateral e a aresta da base é

(A) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

(B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(C) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

(E) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

13) Qual é o domínio da função real de variável real, definida por $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2) + \sqrt{e^{2x-1} - 1}$?

(A) $[1, 2[$

(B) $\left[\frac{1}{2}, 2\right[\cup]3, +\infty[$

(C) $]2, +\infty[$

(D) $\left[\frac{1}{2}, 1\right[\cup]2, +\infty[$

(E) $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$

14) O coeficiente de x^5 no desenvolvimento de $\left(\frac{2}{x} + x^3\right)^7$ é

(A) 30

(B) 90

(C) 120

(D) 270

(E) 560

15) Sejam $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 6 \end{pmatrix}$ e B' a transposta de B . O produto da matriz A pela matriz B' é

(A) $\begin{pmatrix} 9 & 2 & 10 \\ -8 & 6 & 0 \\ 21 & -21 & -6 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -6 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$

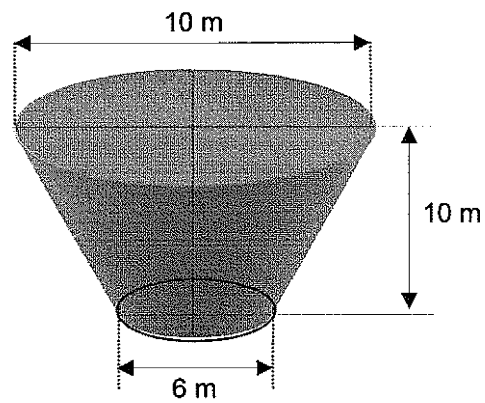
(C) $\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 6 \\ -6 & 0 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} -1 & 11 \\ 20 & 10 \end{pmatrix}$

(E) $\begin{pmatrix} -1 & 10 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

16) A Marinha do Brasil comprou um reservatório para armazenar combustível com o formato de um tronco de cone conforme figura abaixo. Qual é a capacidade em litros desse reservatório ?

- (A) $\frac{40}{3} 10^2 \pi$
- (B) $\frac{19}{2} 10^5 \pi$
- (C) $\frac{49}{3} 10 \pi$
- (D) $\frac{49}{3} 10^4 \pi$
- (E) $\frac{19}{3} 10^3 \pi$



17) Qual o menor valor de n , n inteiro maior que zero, para que $(1+i)^n$ seja um número real?

(A) 2

(B) 3

(C) 4

(D) 5

(E) 6

18) Os números complexos z e w são representados no plano xy , pelos pontos A e B , respectivamente. Se $z=2w+5wi$, $w \neq 0$ e sabendo-se que a soma dos quadrados das coordenadas do ponto B é 25, então o produto escalar de \vec{OA} por \vec{OB} , onde O é a origem é,

(A) $\frac{25}{2}$

(B) $\frac{25}{3}$

(C) $\frac{25}{4}$

(D) 50

(E) $\frac{50}{3}$

19) Uma loja está fazendo uma promoção na venda de bolas: "Compre x bolas e ganhe $x\%$ de desconto". A promoção é válida para compras de até 60 bolas, caso em que é concedido o desconto máximo de 60%. Julia comprou 41 bolas e poderia ter comprado mais bolas e gasto a mesma quantia. Quantas bolas a mais Julia poderia ter comprado?

- (A) 10
- (B) 12
- (C) 14
- (D) 18
- (E) 24

20) De um curso preparatório de matemática para o concurso público de ingresso à Marinha participaram menos de 150 pessoas. Destas, o número de mulheres estava para o de homens na razão de 2 para 5 respectivamente. Considerando que a quantidade de participantes foi a maior possível, de quantas unidades o número de homens excedia o de mulheres?

(A) 50

(B) 55

(C) 57

(D) 60

(E) 63

21) Considere $\vec{u} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{w} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = 2\vec{u} + \vec{w}$ vetores no \mathfrak{R}^3 e θ o ângulo entre os vetores $\vec{u} \times \vec{v}$ e \vec{w} . Qual é o valor da expressão $\left(\operatorname{tg} \frac{\theta}{3} + \cos \frac{\theta}{2} \right)$?

(A) $\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{6}$

(B) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$

(C) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

(D) $\frac{2 + \sqrt{3}}{6}$

(E) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$

22) A reta no \mathbb{R}^2 de equação $2y-3x=0$ intercepta o gráfico da função $f(x)=|x| \frac{x^2-1}{x}$ nos pontos P e Q. Qual é a distância entre P e Q?

(A) $2\sqrt{15}$

(B) $2\sqrt{13}$

(C) $2\sqrt{7}$

(D) $\sqrt{7}$

(E) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

23) O limite, $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{sen}2x - \cos2x - 1}{\cos x - \text{sen}x}$ é igual a

(A) $\sqrt{2}$

(B) $-\sqrt{2}$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

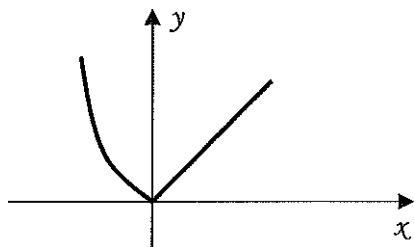
(D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(E) 0

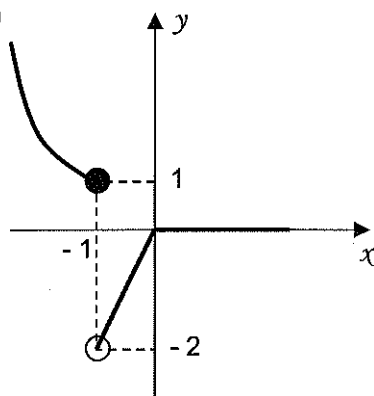
24) O gráfico que melhor representa a função real f ,

$$\text{definida por } f(x) = \begin{cases} \frac{-|x+1||x|}{x+1} + x & \text{se } x > -1 \\ x|x| & \text{se } x \leq -1 \end{cases} \quad \text{é}$$

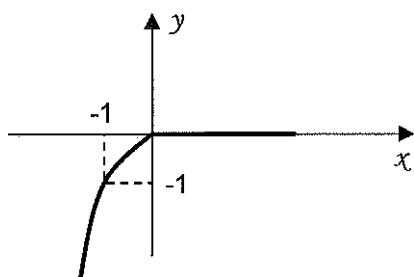
(A)



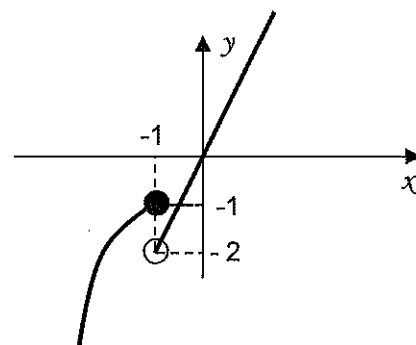
(B)



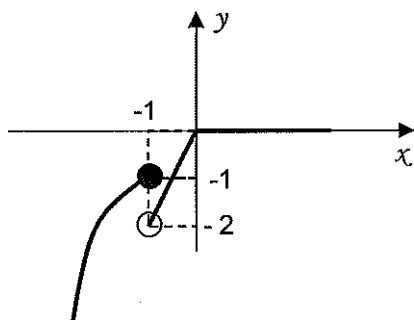
(C)



(D)



(E)



25) Considere f uma função real de variável real tal que:

(1) $f(x+y) = f(x)f(y)$

(2) $f(1) = 3$

(3) $f(\sqrt{2}) = 2$

Então $f(2+3\sqrt{2})$ é igual a

(A) 108

(B) 72

(C) 54

(D) 36

(E) 12

26) Em um certo país, o imposto de renda anual é taxado da maneira a seguir:

1º) se a renda bruta anual é menor que R\$ 10.000,00 não é taxado;

2º) se a renda bruta anual é maior ou igual a R\$ 10.000,00 e menor que R\$ 20.000,00 é taxado em 10%;

3º) se a renda bruta anual é maior ou igual a R\$ 20.000,00 é taxado em 20%.

A pessoa que ganhou no ano R\$ 17.370,00 após ser descontado o imposto, tem duas possibilidades para o rendimento bruto. A diferença entre esses rendimentos é

(A) R\$17.370,40

(B) R\$15.410,40

(C) R\$3.840,50

(D) R\$2.412,50

(E) R\$1.206,60

27) A figura abaixo mostra um paralelogramo ABCD. Se d representa o comprimento da diagonal BD e α e β são ângulos conhecidos (ver figura), podemos afirmar que o comprimento x do lado AB é igual a

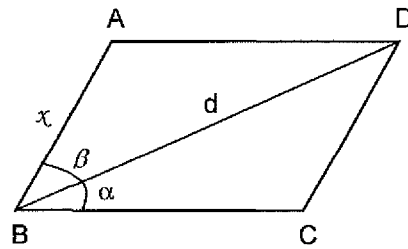
(A) $d \cos \beta$

(B) $\frac{d \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}$

(C) $d \operatorname{sen} \beta$

(D) $\frac{d \cos \alpha}{\operatorname{sen}(\alpha + \beta)}$

(E) $d \cos(180^\circ - (\alpha + \beta))$



28) Um aspirante da Escola Naval tem, em uma prateleira de sua estante, 2 livros de Cálculo, 3 livros de História e 4 livros de Eletricidade. De quantas maneiras ele pode dispor estes livros na prateleira de forma que os livros de cada disciplina estejam sempre juntos?

(A) 1728

(B) 1280

(C) 960

(D) 864

(E) 288

29) Um astronauta, em sua nave espacial, consegue observar, em certo momento, exatamente $\frac{1}{10}$ da superfície da Terra. Que distância ele está do nosso planeta? Considere o raio da Terra igual a 6400 km

- (A) 1200 km
- (B) 1280 km
- (C) 1600 km
- (D) 3200 km
- (E) 4200 km

30) Sabendo-se que $i\sqrt{3}$ é uma das raízes da equação $x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x - 3 = 0$, a soma de todas as raízes desta equação é

(A) $-2i\sqrt{3}$

(B) $4i\sqrt{3}$

(C) 0

(D) -1

(E) -2

31) Considere a função real $y=f(x)$, definida para $-5 \leq x \leq 5$, representada graficamente abaixo. Supondo $a \geq 0$ uma constante real, para que valores de a o gráfico do polinômio $p(x)=a(x^2-9)$ intercepta o gráfico de $y=f(x)$ em exatamente 4 pontos distintos?

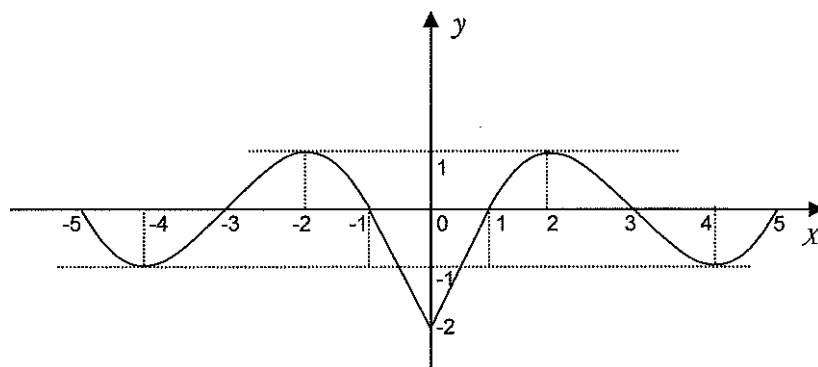
(A) $1 < a < \frac{10}{9}$

(B) $\frac{2}{9} < a < 1$

(C) $0 < a < \frac{2}{9}$

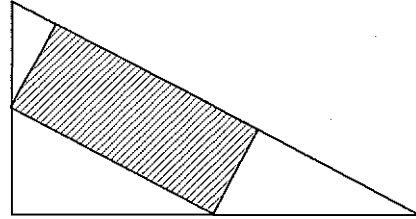
(D) $\frac{10}{9} < a < 3$

(E) $a > 3$



32) Numa vidraçaria há um pedaço de espelho, sob a forma de um triângulo retângulo de lados 30 cm , 40 cm e 50 cm . Deseja-se a partir dele, recortar um espelho retangular, com a maior área possível, conforme figura abaixo. Então as dimensões do espelho são

- (A) 25 cm e 12 cm
- (B) 20 cm e 15 cm
- (C) 10 cm e 30 cm
- (D) $12,5\text{ cm}$ e 24 cm
- (E) $10\sqrt{3}\text{ cm}$ e $10\sqrt{3}\text{ cm}$



33) Para que valores de m vale a igualdade $\text{sen}x = \frac{m-1}{m-2}$,
 $x \in \mathfrak{R}$?

(A) $m < 2$

(B) $m \leq \frac{3}{2}$

(C) $m \leq \frac{3}{2}$ ou $m \geq 2$

(D) $m \leq \frac{5}{2}$ e $m \neq 2$

(E) $m \leq \frac{7}{2}$ e $m \neq 2$

34) Uma caixa contém 4 pistolas e 4 fuzis, sendo uma pistola e 2 fuzis defeituosos. Duas armas são retiradas da caixa sem reposição. A probabilidade de pelo menos uma arma ser defeituosa ou ser pistola é igual a

(A) $\frac{27}{28}$

(B) $\frac{13}{14}$

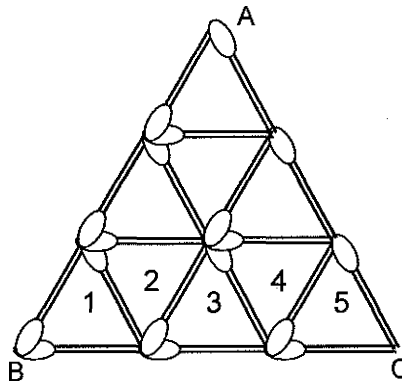
(C) $\frac{6}{7}$

(D) $\frac{11}{14}$

(E) $\frac{5}{7}$

35) Um grande triângulo equilátero será construído com palitos de fósforos, a partir de pequenos triângulos equiláteros congruentes e dispostos em linhas. Por exemplo, a figura abaixo descreve um triângulo equilátero (ABC) construído com três linhas de pequenos triângulos equiláteros congruentes (a linha da base do triângulo ABC possui 5 pequenos triângulos equiláteros congruentes). Conforme o processo descrito, para que seja construído um triângulo grande com linha de base contendo 201 pequenos triângulos equiláteros congruentes são necessários um total de palitos igual a

- (A) 15453
- (B) 14553
- (C) 13453
- (D) 12553
- (E) 11453



36) Qual é o menor ângulo formado por duas diagonais de um cubo de aresta L ?

(A) $\arcsen \frac{1}{4}$

(B) $\arccos \frac{1}{4}$

(C) $\arcsen \frac{1}{3}$

(D) $\arccos \frac{1}{3}$

(E) $\arctg \frac{1}{4}$

37) A soma das soluções da equação trigonométrica $\cos 2x + 3\cos x = -2$, no intervalo $[0, 2\pi]$ é

(A) π

(B) 2π

(C) 3π

(D) $\frac{5\pi}{3}$

(E) $\frac{10\pi}{3}$

38) Um quadrado ABCD, de lado 4cm, tem os vértices num plano α . Pelos vértices A e C são traçados dois segmentos AP e CQ, perpendiculares a α , medindo respectivamente, 3cm e 7cm. A distância PQ tem medida, em cm, igual a

(A) $2\sqrt{2}$

(B) $2\sqrt{3}$

(C) $3\sqrt{2}$

(D) $3\sqrt{3}$

(E) $4\sqrt{3}$

39) Nas proposições abaixo, coloque (V) na coluna à esquerda quando a proposição for verdadeira e (F) quando for falsa.

() Se uma reta é perpendicular a duas retas distintas de um plano, então ela é perpendicular ao plano.

() Se uma reta é perpendicular a uma reta perpendicular a um plano, então ela é paralela a uma reta do plano.

() Duas retas perpendiculares a um plano são paralelas.

() Se dois planos são perpendiculares, todo plano paralelo a um deles é perpendicular ao outro.

() Se três planos são dois a dois perpendiculares, eles têm um único ponto em comum.

Lendo-se a coluna da esquerda, de cima para baixo, encontra-se

(A) (F) (F) (V) (F) (V)

(B) (V) (F) (V) (V) (F)

(C) (V) (V) (F) (V) (V)

(D) (F) (V) (V) (V) (V)

(E) (V) (V) (V) (V) (V)

40) Seja \overline{AB} o lado de um decágono inscrito em um círculo de raio R e centro O . Considere o ponto C sobre a reta que passa por A e B tal que $\overline{AC} = R$. O lado \overline{OC} do triângulo de vértices O, A e C mede,

(A) $R\sqrt{2-\sqrt{5}}$

(B) $\frac{R}{2}\sqrt{5-\sqrt{2}}$

(C) $\frac{R}{2}\sqrt{10-2\sqrt{5}}$

(D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}R$

(E) $\frac{R}{4}(\sqrt{5}+1)$