MARINHA DO BRASIL

DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

(PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL / PSAEN-2005)

MATEMÁTICA

MATEMÁTICA

1) Um depósito de óleo diesel existente em uma das Organizações Militares da MB tem a forma de um prisma hexagonal regular com altura de 2 metros. Sabendo-se que o comprimento da diagonal maior do depósito vale $\frac{2\sqrt{30}}{9}$ do comprimento da diagonal menor da base, pode-se dizer que o valor da função f, definida por $f(x)=2x^{-\frac{1}{3}}$ no número **V** representante do volume do depósito vale

(A) $2\frac{\sqrt[6]{3}}{9}$

(B) $2\frac{\sqrt{3}}{9}$

(C) $2\frac{\sqrt[6]{243}}{9}$

(D) $2\frac{\sqrt[6]{243}}{5}$

(E) $2\frac{\sqrt[6]{243}}{3}$

2) Uma das raízes da equação $z^4 = -8+8\sqrt{3}\,i$ também é raiz da equação

(A) $x^2 + 2\sqrt{3}\,x + 4 = 0$

(B) $x^2 + 3 = 0$

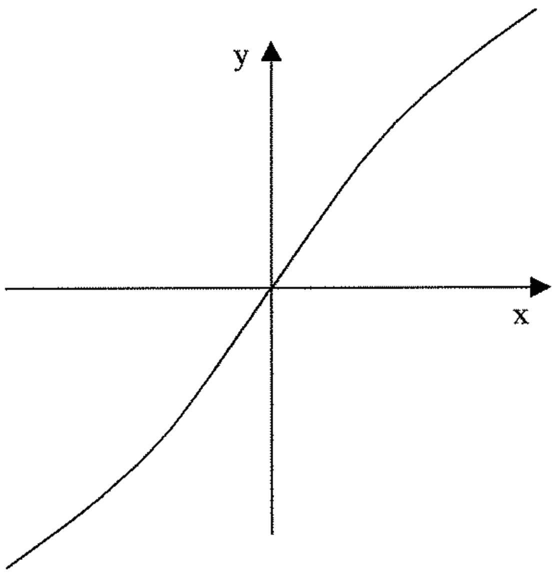
(C) $x^2 - 2\sqrt{3}\,x + 6 = 0$

(D) $x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 16 = 0$

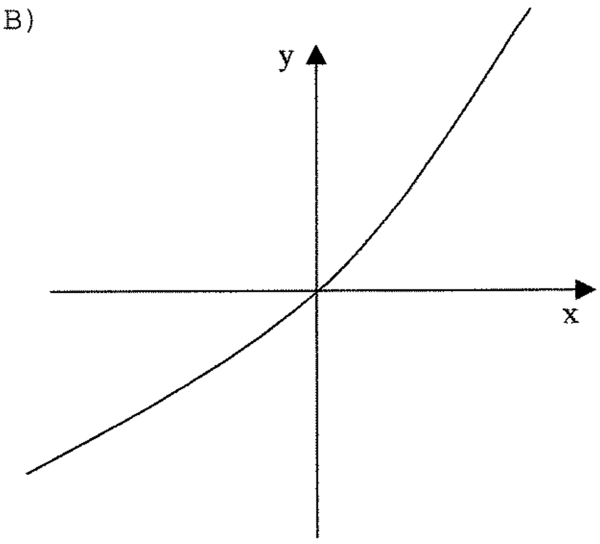
(E) $x^2 + 4\sqrt{3}\,x + 13 = 0$

3) Dentre as opções abaixo, aquela que melhor representa o gráfico da função real de variável real $f(x) = x + 2\,\text{arctg}\,x$ é

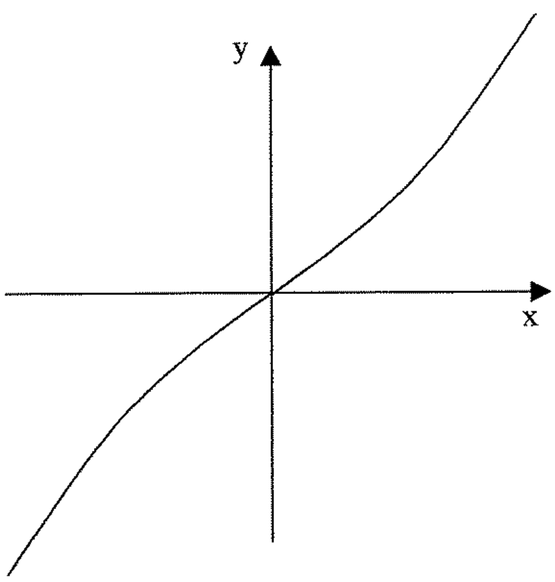
(A)



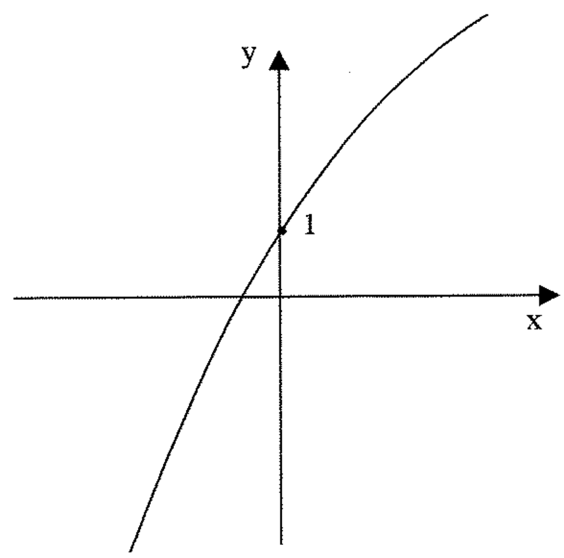
(B)



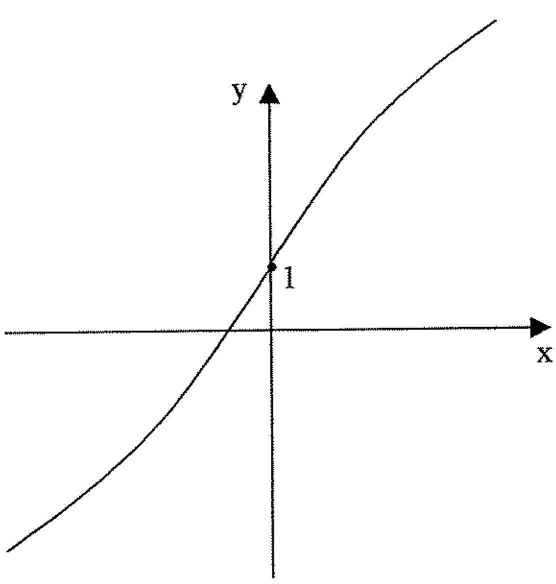
(C)



(D)



(E)



4) O simétrico do ponto M=(3,4) em relação à reta que une os pontos A=(-1,3) e B=(4,-2) pertence à curva cuja equação é

(A) $x^2+2y^2=5$

(B) $y=x^2+1$

(C) $\frac{x^2}{4}+y^2=2$

(D) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$

(E) $x^2-y^2=4$

5) Sejam f e g funções reais de variável real. Se

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{7}}{\sqrt{x^2+15}-8} & \text{se} \quad x\neq 7 \\ a & \text{se} \quad x=7 \end{cases}$$

é contínua em $x=7$ e $g(x)=\ln^2\left(2x+\frac{6}{7}\right)$, pode-se afirmar que $g'\left(\sqrt{7}\,a\right)$ vale

(A) 0

(B) $\ln 2$

(C) 1

(D) $\ln 4$

(E) 2

6) Na discussão do sistema

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{y} + \dfrac{1}{z} = 0 \\ \dfrac{a}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{2}{z} = 0 \\ \dfrac{3}{x} - \dfrac{1}{y} - \dfrac{4}{z} = 0 \end{cases} \qquad \text{com } x, y, z \in \Re^*$$

concluímos que o sistema é possível e indeterminado se

(A) $a = \dfrac{3}{19}$

(B) $a \neq \dfrac{-17}{9}$

(C) $a \neq \dfrac{3}{19}$

(D) $a = \dfrac{-17}{9}$

(E) $a \neq \dfrac{-17}{11}$

7) Para que o resto da divisão do polinômio $P(x) = 8m^3x^4 + 12mx^3 + 1$ por $Q(x) = 4x+2$ seja maior que zero, deve-se ter

(A) $-3 < m < -2$

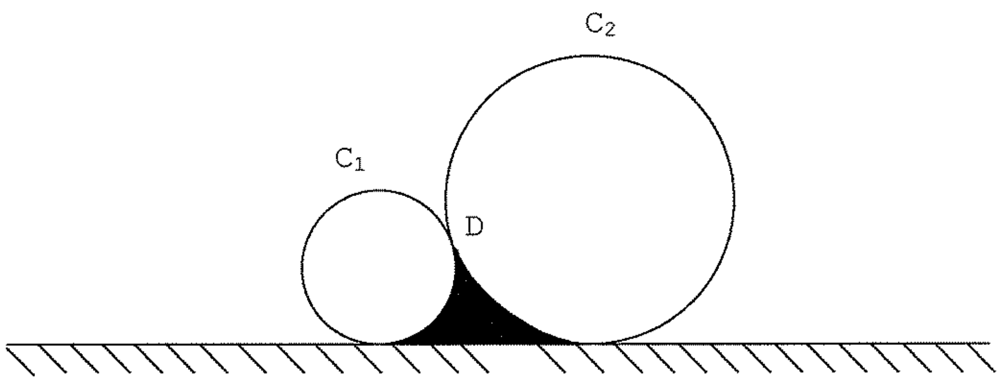
(B) $m > 1$

(C) $m > -2$

(D) $m < 1$ ou $m > 2$

(E) $m < 2$

8) Sejam C_1 e C_2 dois círculos de raios 1cm e 3cm, respectivamente, apoiados em uma reta horizontal e tangentes no ponto D, conforme a figura



O raio do círculo C_3 cuja área coincide, numericamente, com o perímetro da região em negrito é, em cm,

(A) $\sqrt{\frac{5}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{\pi}}$

(B) $\sqrt{\frac{5}{3}+\frac{4}{\pi}}$

(C) $\sqrt{5+\frac{6\sqrt{3}}{\pi}}$

(D) $\sqrt{\frac{5\pi}{3}+2\sqrt{3}}$

(E) $\sqrt{\frac{5}{3}+2\sqrt{3}\pi}$

9) O cálculo de $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}}dx$ é igual à

(A) $\frac{ln\left|1+e^{4x}\right|}{4}+c$

(B) $2 \text{ arctg } e^{2x}+c$

(C) $\frac{\text{arctg } e^{2x}}{4}+c$

(D) $\frac{ln\left|1+e^{4x}\right|}{4e^{2x}}+c$

(E) $\frac{-\text{arc cotg } e^{2x}}{2}+c$

10) Seja A o menor inteiro pertencente ao domínio da função real, de variável real, $f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{\frac{9}{16}-\left(\frac{4}{3}\right)^{(1-x)}}}$. Pode-se afirmar que $\log_A 2\sqrt{2\sqrt{2}}$ pertence ao intervalo

(A) $\left[\frac{1}{2},1\right]$

(B) $\left]0,\frac{1}{3}\right[$

(C) $\left]\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right[$

(D) $\left[1,\frac{3}{2}\right[$

(E) $\left]\frac{3}{2},2\right]$

11) Seja $\vec{w}$ um vetor unitário do $\Re^3$, normal aos vetores $\vec{u}=(-1,1,1)$ e $\vec{v}=(0,-1,-1)$ e com 2ª coordenada positiva. Se θ é o ângulo entre os vetores $(\sqrt{2}\,\vec{w}+\vec{u})$ e $(-\vec{v})$, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$, então cossec 2θ vale

(A) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

(B) $\frac{5\sqrt{6}}{12}$

(C) $\frac{\sqrt{15}}{3}$

(D) $\frac{\sqrt{10}}{2}$

(E) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

12) Seja $y=y(x)$ uma função real que satisfaz à equação $8y-\left(\frac{x^6+2}{x^2}\right)=0$, $x\in\Re_-^*$. O valor de $\int x^2\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$ é

(A) $\frac{x^6}{12}+\frac{\ln|x|}{2}+c$

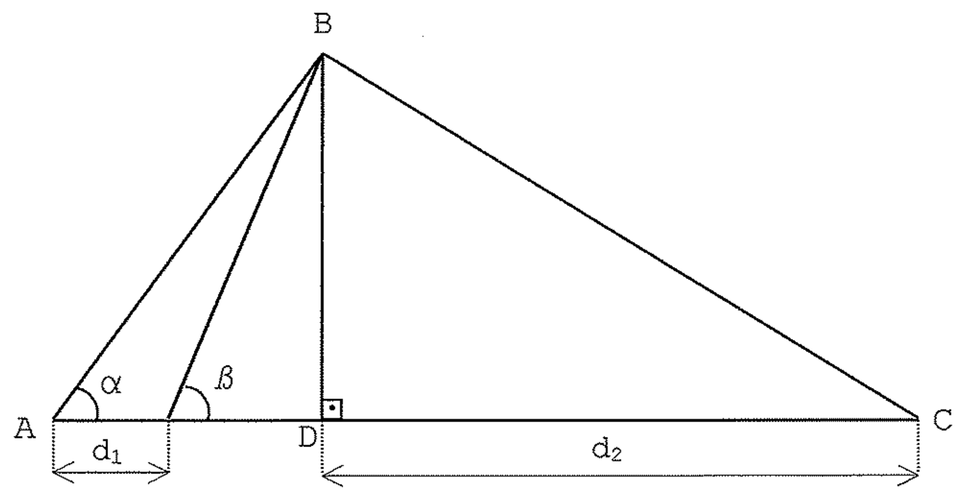
(B) $-\frac{x^4}{8}+\frac{x^{-2}}{4}+c$

(C) $-\frac{x^6}{12}-\ln|x|+c$

(D) $\frac{-x^6}{12}-\frac{\ln|x|}{2}+c$

(E) $\frac{x^4}{8}-\frac{x^{-2}}{4}+c$

13) Considere a figura abaixo:



A área do triângulo BDC é

(A) $\dfrac{d_1+d_2}{\cot g\alpha-\cot g\beta}$

(B) $\dfrac{d_1.d_2}{2(\cot g\alpha+\cot g\beta)}$

(C) $\dfrac{d_1+d_2}{2(\cot g\alpha-\cot g\beta)}$

(D) $\dfrac{d_1.d_2}{2\cot g\alpha-\cot g\beta}$

(E) $\dfrac{d_1.d_2}{2(\cot g\alpha-\cot g\beta)}$

14) Os coeficientes dos três primeiros termos do desenvolvimento de $\left(x^2+\dfrac{1}{2x}\right)^n$ coincidem com os três primeiros termos de uma progressão aritmética (PA). O valor do 11° termo da PA é

(A) 27

(B) 29

(C) 31

(D) 33

(E) 35

15) Seja L a reta tangente ao gráfico da função real, de variável real, $Y(x) = e^{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^3} \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 2x\right)$ no ponto $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Se P e Q são os pontos de interseção de L com os eixos coordenados, a medida da área do triângulo de vértices P, Q e (0,0) é

(A) $\dfrac{\sqrt{2}\,\pi\,(\pi+1)}{2}$

(B) $\dfrac{\sqrt{2}\,(\pi+1)^2}{8}$

(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(\dfrac{\pi}{2}+1\right)^2$

(D) $\dfrac{\sqrt{2}(\pi-1)^2}{4}$

(E) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{\pi}{2}+2\right)^2$

16) Sejam f e g duas funções reais e deriváveis tais que $f'(x) = \operatorname{sen}(\cos\sqrt{x})$ e $g(x) = f(x^2)$, $x \in \Re_+^*$. Pode-se afirmar que $g'(x^2)$ é igual à

(A) $2x\ \operatorname{sen}(\cos x^2)$

(B) $2x^2 \cos(\cos x^2)$

(C) $2x^2\ \operatorname{sen}(\cos x^2)$

(D) $2x \cos(\cos x)$

(E) $2x^2\ \operatorname{sen}(\cos x)$

17) Em uma pirâmide regular, de base hexagonal, o apótema da base mede 1cm. Se a altura da pirâmide mede o dobro da medida da diagonal de um cubo de $8cm^3$ de volume, então a razão entre a área lateral da pirâmide e a área total do cubo vale

(A) $\frac{3\sqrt{3}}{16}$

(B) $\frac{7\sqrt{3}}{12}$

(C) $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

(D) $\frac{13\sqrt{3}}{12}$

(E) $2\sqrt{3}$

18) No intervalo $[0, \pi]$ a equação $\operatorname{sen}^4 x + \cos^4 x = \frac{5}{8}$ possui soma dos inversos das raízes igual à

(A) $\frac{15}{2\pi}$

(B) $\frac{117}{10\pi}$

(C) $\frac{15}{\pi}$

(D) 2π

(E) $\frac{117}{5\pi}$

19)Um recipiente cilíndrico que deve ter $1\mathbf{m}^3$ de volume vai ser construído nas oficinas do Arsenal de Marinha, para atender a um dos navios da MB. Na lateral e na tampa, será utilizado um material cujo preço é R$ 1.000,00 por $\mathbf{m}^2$ e, no fundo, um material cujo preço é R$ 2.000,00 por $\mathbf{m}^2$. Que dimensões deve ter o recipiente, para que a MB tenha a menor despesa possível?

(A) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\dfrac{1}{3\pi^2}$ m

(B) $\dfrac{1}{3\sqrt[3]{\pi}}$ m e $\dfrac{1}{9\pi\sqrt[3]{\pi^2}}$ m

(C) $\dfrac{1}{\pi\sqrt[3]{3}}$ m e $\dfrac{1}{\sqrt[3]{9\pi^2}}$ m

(D) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\sqrt[3]{\dfrac{9}{\pi}}$ m

(E) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{3\pi}}$ m e $\dfrac{1}{\pi\sqrt[3]{9\pi^2}}$ m

20) O conjunto de todos os números reais que satisfazem à desigualdade $|1-2x|+|x+1|-|2x-3|>2$ é

(A) $\left]-\infty,-\frac{7}{3}\right[\cup\left]1,\frac{3}{2}\right[\cup\left]5,+\infty\right[$

(B) $\left]-\infty,-\frac{7}{3}\right[\cup\left]1,\frac{3}{2}\right]\cup\left]5,+\infty\right[$

(C) $\left]-\infty,-5\right[\cup\left[\frac{3}{2},+\infty\right[$

(D) $\left]-\infty,-5\right[\cup\left[5,+\infty\right[$

(E) $\left]-\infty,-5\right[\cup\left]1,+\infty\right[$

MARINHA DO BRASIL
DIRETORIA DE ENSINO DA MARINHA

PROCESSO SELETIVO DE ADMISSÃO À ESCOLA NAVAL (PSAEN/2005)

FÍSICA

2º DIA DE PROVA
INSTRUÇÕES GERAIS

1- A duração da prova será de 04 horas e não será prorrogado. Ao término da prova, entregue o caderno ao Fiscal, sem desgrampear nenhuma folha;
2- Responda as questões utilizando caneta esferográfica azul ou preta. Não serão consideradas respostas e desenvolvimento da questão a lápis. Confira o número de páginas de cada parte da prova;
3- Só comece a responder a prova ao ser dada a ordem para iniciá-la, interrompendo a sua execução no momento em que for determinado;
4- O candidato deverá preencher os campos:
 - PROCESSO SELETIVO/CONCURSO; NOME DO CANDIDATO; NÚMERO DA INSCRIÇÃO e DV;
5- Iniciada a prova, não haverá mais esclarecimentos. O candidato somente poderá deixar o seu lugar, devidamente autorizado pelo Supervisor/Fiscal, para se retirar definitivamente do recinto de prova ou, nos casos abaixo especificados, devidamente acompanhado por militar designado para esse fim: atendimento médico por pessoal designado pela Marinha do Brasil; fazer uso de banheiro e casos de força maior, comprovados pela supervisão do certame, sem que aconteça saída da área circunscrita para a realização da prova.
 Em nenhum dos casos haverá prorrogação do tempo destinado à realização da prova e, em caso de retirada definitiva do recinto de prova, esta será corrigida até onde foi solucionada;
6- A solução deve ser apresentada nas páginas destinadas a cada questão;
7- Não é permitida a consulta a livros ou apontamentos;
8- A prova não poderá conter qualquer marca identificadora ou assinatura, o que implicará na atribuição de nota zero;
9- Será eliminado sumariamente do processo seletivo e as suas provas não serão levadas em consideração, o candidato que:
 a) der ou receber auxílio para a execução de qualquer prova;
 b) utilizar-se de qualquer material não autorizado;
 c) desrespeitar qualquer prescrição relativa à execução das provas;
 d) escrever o nome ou introduzir marcas identificadoras noutro lugar que não o determinado para esse fim; e
 e) cometer ato grave de indisciplina.

NÃO DESTACAR A PARTE INFERIOR

RUBRICA DO PROFESSOR	ESCALA DE	NOTA			USO DA DEnsM
	000 A 100				

CAMPOS PREENCHIDOS PELOS CANDIDATOS

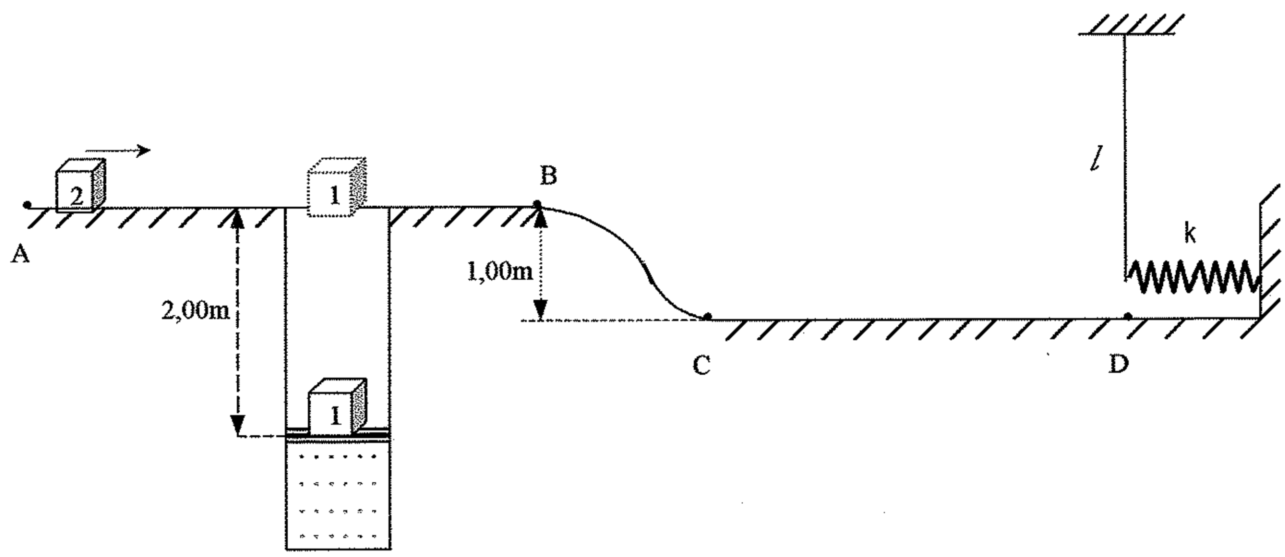
PROCESSO SELETIVO:
NOME DO CANDIDATO:

Nº DA INSCRIÇÃO					DV	ESCALA DE	NOTA			USO DA DEnsM
						000 A 100				

FÍSICA

1ª QUESTÃO (25 pontos)

Três mols de um certo gás ideal, cujo calor molar a pressão constante vale 5,00 cal/mol.k, está no interior do cilindro da figura abaixo. O gás recebe calor de uma fonte térmica (não indicada na figura) de tal maneira que a sua temperatura aumenta de 10,0°C. Ao absorver calor verifica-se que o pistão, adiabático e de massa desprezível, se eleva de 2,00 metros. Sobre o pistão temos o bloco **1** de massa $m_1 = 20,0$ kg.
Considere: $|\vec{g}| = 10 m/s^2$ e $1,00 cal = 4,18 J$.

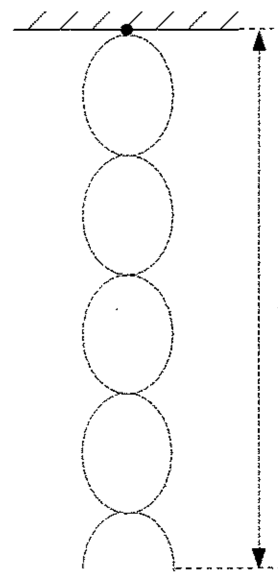


a) Calcule a variação da energia interna (em joules) do gás. (4 pontos)

b) No final da expansão do gás, o bloco **1** em repouso sobre a superfície horizontal AB, de atrito desprezível, é atingido pelo bloco **2** de massa $m_2 = 10,0$ kg e velocidade igual a 5,00 m/s. Calcule a velocidade de recuo do bloco **2** , sabendo-se que o coeficiente de restituição vale 0,800. (7 pontos)

c) Após a colisão, o bloco **1** entra em movimento e desce a rampa BC, perdendo 280J de energia devido ao atrito entre as superfícies em contato. Em seguida, com velocidade constante, percorre o trecho horizontal CD e, no ponto D, colide com a mola de constante elástica k=1620N/m e a ela acopla-se executando um M.H.S. Calcule a amplitude e a freqüência do M.H.S. (8 pontos)

d) Um fio de comprimento $l = 1,50$m e de massa igual a 0,500kg, está preso na extremidade da mola e também ao teto. Suponha que o conjunto mola + fio + bloco **2** , em M.H.S , não sofra deslocamento vertical devido à rigidez da mola. Sabendo-se que a onda estacionária no fio segue o padrão da figura abaixo, calcule o módulo da tração (em newtons) no fio.(6 pontos)



Solução da 1ª questão

Solução da 1ª questão (continuação)

2ª QUESTÃO (25 pontos)

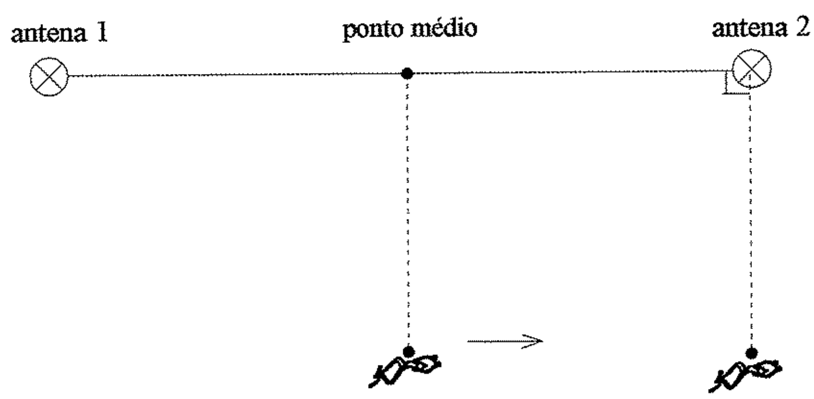
Uma equipe de Marinha decola de um porta-aviões, em repouso relativamente à terra, a bordo de um helicóptero e quando se encontra na posição $\vec{r} = 7500.\hat{i} + 2,00\hat{j}$ (metros), em relação à embarcação, realizando vôo com velocidade $\vec{v} = -60,0.\hat{i} + 80,0\hat{j}$ (m/s), o helicóptero dispara um foguete teste de massa igual a 6,00 kg. O sistema propulsor aplica uma força resultante, de módulo igual a 30,0N, sobre o foguete, na mesma direção e sentido do movimento do helicóptero no momento do disparo, durante 2,00s. Posteriormente, o foguete cai no mar. Despreze a resistência do ar e o vento.

a) Calcule o vetor posição do foguete, em relação à embarcação, no instante t=2,00s. (7 pontos)

b) Calcule o trabalho realizado pela força resultante que atua sobre o foguete no intervalo de tempo de 2,00s. (6 pontos)

c) Calcule o intervalo de tempo desde o instante do disparo até o instante em que o foguete passa no nível da pista de pouso da embarcação (Y=0). Considere a aceleração da gravidade constante e igual $10,0 m/s^2$. (6 pontos)

d) Em terra firme existem duas antenas separadas por uma distância de 30λ, onde λ é o comprimento de onda. As antenas emitem ondas eletromagnéticas com a mesma amplitude, em fase e freqüência de 100MHz, que se propagam com velocidade constante de $3,00.10^8$ m/s. No mar, um mergulhador, portando um detetor dessas ondas, observa que ao nadar paralelamente à reta que une as duas antenas, indo do ponto médio até uma delas, de acordo com a figura abaixo, o sinal recebido varia continuamente de um máximo, no ponto médio, a um mínimo, na outra posição. Calcule a distância do mergulhador a cada uma das antenas, quando estiver na posição onde o sinal é mínimo. (6 pontos)

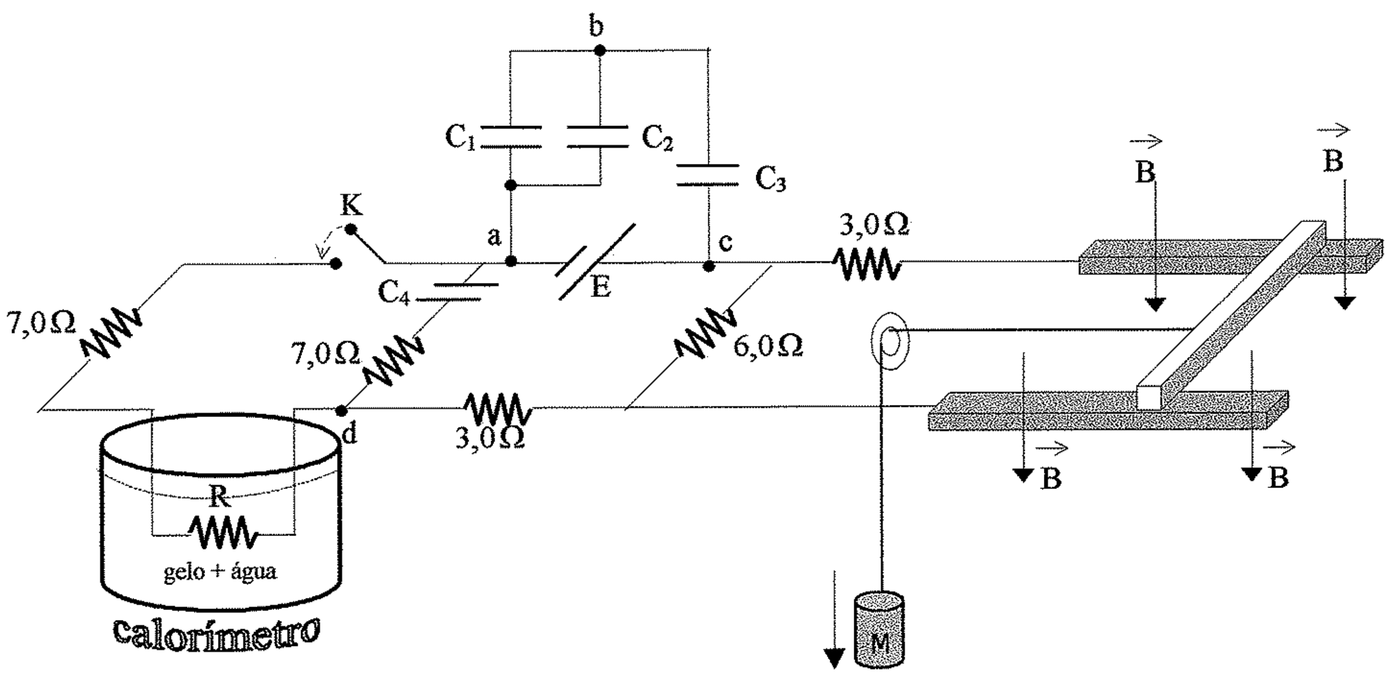


Solução da 2ª questão

3ª QUESTÃO (25 pontos)

Uma barra metálica, de comprimento L=1,0m, desliza sobre dois trilhos condutores horizontais puxada por um bloco de massa M(desconhecida). O conjunto barra e trilhos está imerso em um campo de indução magnética uniforme e vertical de módulo igual a 3,0 teslas. O coeficiente de atrito entre a barra e os trilhos vale 0,40. Um circuito elétrico está ligado nos extremos dos trilhos, como indica a figura abaixo. Despreze as resistências elétricas dos trilhos e da barra. Considere o gerador e polia ideais. Os capacitores estão completamente carregados e a chave K inicialmente aberta. Sabe-se ainda que o peso da barra vale 20N, desliza com velocidade constante de módulo igual a 5,0 m/s e que o capacitor C_1 está carregado com $40\mu C$.

Dados: $C_1=1,0\mu F$; $C_2=2,0\mu F$; $C_3=6,0\mu F$; $C_4=8,0\mu F$; $R=20\Omega$



No instante do fechamento da chave K, solta-se o bloco.

a) Calcule a f.e.m do gerador e também a f.e.m induzida na barra metálica que se move no campo magnético. (6 pontos)

b) Calcule a potência (em watts) do peso do bloco. (8 pontos)

c) Calcule a energia eletrostática (em joules) armazenada no capacitor C_4. (5 pontos)

d) Calcule o intervalo de tempo (em minutos) necessário para que o sistema constituído por 100 gramas de água e 30,0 gramas de gelo, a 0,0°C, atinja a temperatura de 68°F. (6 pontos)

Dados: c_{H_2O}=1,0cal/g.K ; $L_{fusão}$=80 cal/g ; 1,0cal=4,18J.

Solução da 3ª questão

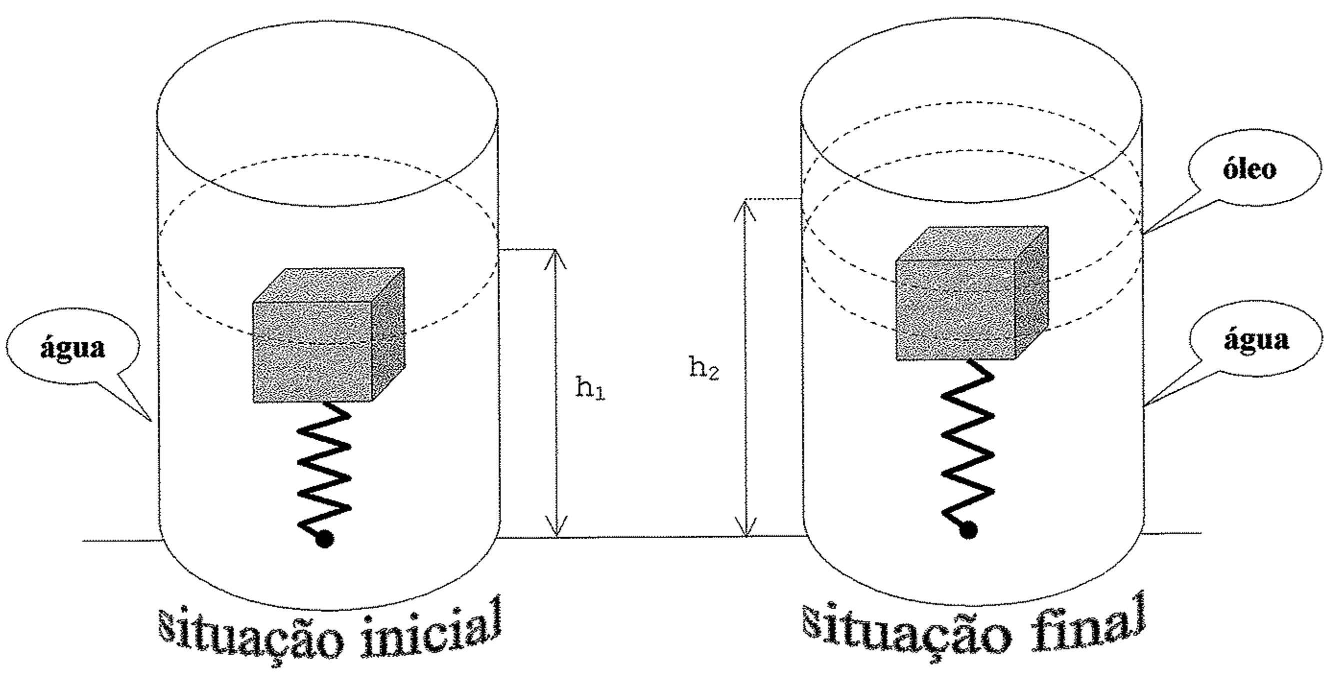
4ª QUESTÃO (10 pontos)

Um cubo de madeira impermeabilizada, de aresta igual a 20,0cm e densidade igual a $500kg/m^3$, está com 3/5 do seu volume imerso na água(massa específica igual a $1,00.10^3kg/m^3$), estando preso a uma mola ideal de constante elástica igual a 400N/m. Nesta situação inicial, com o cubo em equilíbrio, a altura da água no recipiente é h_1=1,00m. Derrama-se óleo (imiscível com a água), cuja massa específica vale $700kg/m^3$, de tal maneira que, na situação final de equilíbrio, a altura seja h_2=1,05m.

Considere: $|\vec{g}|=10,0m/s^2$.

a) Calcule a energia potencial elástica (em joules) da mola, na situação final.(7 pontos)

b) Calcule a variação da pressão total (em pascal) na base do recipiente, entre as situações final e inicial.(3 pontos)



Solução da 4ª questão

5ª QUESTÃO (15 pontos)

A Termodinâmica estuda a possibilidade de se aproveitar energia. De acordo com este estudo, resolva os itens:

I) o compartimento de refrigeração de uma geladeira e o seu conteúdo são mantidos a 7,0°C e têm uma capacidade térmica (ou calorífica) média de 84kJ/K. A geladeira descarrega calor no ambiente a 27°C. Calcule a potência mínima necessária do motor para que a temperatura do compartimento de refrigeração seja reduzida de um grau celsius, em 1,0 minuto.(8 pontos)

II) um recipiente termicamente isolado está dividido por uma parede delgada (fina) em duas câmaras iguais. Em uma das câmaras estão doze átomos de um isótopo de um gás ideal e na outra também doze átomos de um outro isótopo do mesmo gás ideal. A parede delgada é removida e os átomos se misturam. Calcule a variação de entropia do sistema, após atingir o equilíbrio termodinâmico, e o trabalho realizado.(7 pontos)

Dados: $k=1,38.10^{-23}$ J/K (constante de Boltzmann); $\ln 4 \cong 1,386$; $\ln 6 \cong 1,792$.

Solução da 5ª questão