ESPECIALIDADE

31) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

Uma variável aleatória discreta tem a seguinte função de probabilidade

$$P(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{K^2} & se \quad 0 < x \le 8 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Com base nesta informação há _____ como valor para constante K e ____ como valor da esperança da variável.

a) $\sqrt{6}$ / $9/2$

b) 6 / $17/3$

c) $\sqrt{6}$ / $17/3$

d) 6 / $9/2$

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Para P(X) ser função de probabilidade deve satisfazer os axiomas de probabilidade (Morettin 1999 – pág 09 a 12) em especial temos que verificar que: $\sum_{i=1}^{n} P(x=i) = 1$ então temos:

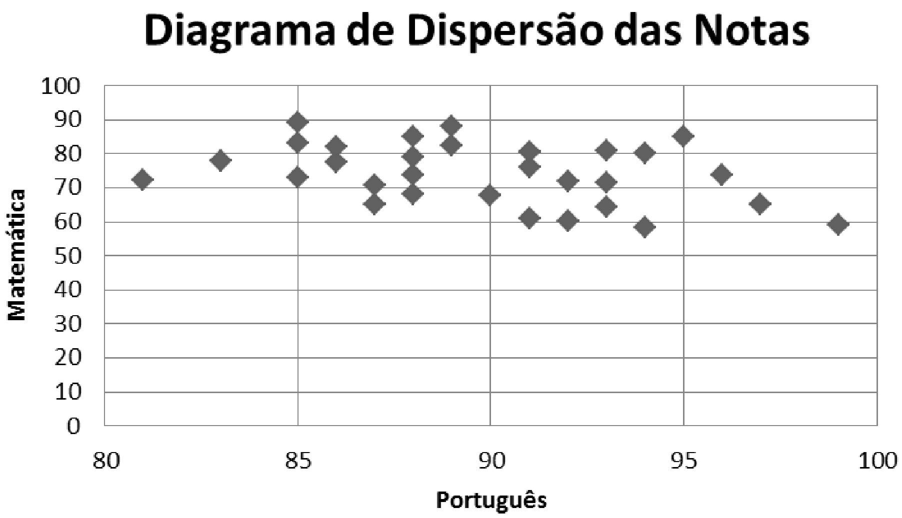
$$P(0 < X \le 8) = \sum_{x=1}^{8} P(X=x) = \sum_{x=1}^{8} \frac{x}{K^2} = \frac{36}{K^2} = 1$$

Logo $K^2 = 36 \rightarrow K = 6$

Para calcular a esperança da função de distribuição devemos utilizar o seguinte cálculo (Morettin,1999 – pág 45 e 46) realizado abaixo:

$$E(x) = \sum_{x=1}^{n} x.P(x) = 1.\frac{1}{36} + 2.\frac{2}{36} + ... + 8.\frac{8}{36} = \frac{204}{36} = \frac{17}{3}$$

32) Uma classe de 30 alunos de certo curso de formação de oficiais apresentou um diagrama de dispersão com as notas das disciplinas de Português e Matemática, como mostrado a seguir:



(Notas variando de 0 (zero) a 100 (cem) pontos)

Com base neste gráfico, analise as assertivas.

I. A mediana das notas de português é maior do que a mediana das notas de matemática.

II. As notas de português estão mais dispersas do que as notas de matemática.
III. A amplitude interquartílica (diferença entre o terceiro quartil e primeiro quartil) das notas de português é menor do que 10 pontos.
IV. A nota mínima de português é maior do que a nota mediana de matemática.

Estão **corretas** somente as assertivas

a) I, II e III.
b) I, II e IV.
c) I, III e IV.
d) II, III e IV.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Para resolução das assertivas apresentadas devemos levar em consideração a análise de um gráfico de dispersão (Triola, 2008 – pág. 49), noções de escala em gráficos (Triola, 2008 – pág.11), cálculos acerca de medidas de centro da média e mediana (Triola, 2008 – pág.63, 64 e conceitos básicos de variação e amplitude (Triola, 2008 – pág.76) e medidas de dispersão de quartis e percentis e intervalo ou amplitude interquatílica (Triola, 2008 pág – 90 a 92).

I. Certo. Mediana Nota Português 89,5 > Mediana Nota Matemática (<75)
II. Errado. (80<Nota Português <100) Amplitude Total = 20 < (55<Nota Matemática<95) Amplitude Total ≅ 40
III. Certo. Q3 (93) – Q1 (86,5) = 6,5 <10
IV. Certo. Mínimo Nota Português = (81) > Mediana Nota Matemática (< 75)

As questões 33, 34 e 35 referem-se ao texto a seguir.

Um estudo longitudinal foi realizado em 1200 áreas de risco de exposição à dengue em 10 regiões metropolitanas do Brasil nos anos de 2009 e 2010, para avaliar as políticas destas regiões em relação ao combate à dengue.

Níveis de Risco: 1: Baixo ao 4: Alto		Risco 2009				
		1	2	3	4	Total
Risco 2010	1	60	40	40	20	160
	2	30	240	100	60	430
	3	20	60	210	80	370
	4	10	30	80	120	240
	Total	120	370	430	280	1200

33) Informe se é verdadeiro (V) ou falso (F) sobre as afirmativas relacionadas com a situação-problema. A seguir, indique a opção com a sequência **correta**.

( ) O risco médio estimado de 2010 caiu em relação ao risco médio de 2009.
( ) A moda do risco de 2009 e 2010 são iguais a 2.
( ) O risco mediano estimado de 2010 é igual ao de 2009.
( ) A amplitude interquartílica (diferença entre o terceiro quartil e o primeiro quartil) do risco é a mesma para o ano de 2009 e 2010.

a) V – F – V – V
b) F – V – V – V
c) V – V – F – V
d) F – V – V – F

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA A)

Para resolução das assertivas apresentadas devemos utilizar conhecimentos sobre variáveis bidimensionais (Magalhães e Lima 2002 – pág. 125 a 128) em combinação de cálculos de medidas de centro de média e mediana (Triola 2008 – pág.63 e 64) e conceitos básicos de variação e amplitude (Triola, 2008 – pág.76) e medidas de dispersão de quartis e percentis e intervalo ou amplitude interquatílica (Triola, 2008 – pág. 90 a 92).

I. Verdadeiro – Média Risco 2010 = 2,575 < Média Risco 2009 = 2,725
II. Falso. Moda 2009 = 3 / Moda 2010 = 2
III. Verdadeiro. Mediana Risco 2009 = Mediana Risco 2010 = 3
IV. Verdadeiro. Q3 Rico 2009 (3) – Q1 Risco 2009 (2) = 1 = Q3 Rico 2010 (3) – Q1 Risco 2010 (2) = 2

34) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

Em ______ das áreas estudadas o nível de risco não se modificou do ano de 2009 para 2010. Observa-se também _____ áreas em que o nível de risco caiu pelo menos 2 pontos.

a) 52,5% / 60
b) 52,5% / 120
c) 63,0% / 60
d) 63,0% / 120

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Devemos utilizar conhecimentos sobre variáveis bidimensionais (Magalhães e Lima, 2002 – pág. 125 a 128) em combinação com cálculos de função de probabilidade conjunta para este tipo de variável (Magalhães e Lima, 2002 pág.128 a 132).
Baseado nestes conceitos é feito o cálculo dos itens para a questão.

I. Soma de Níveis Risco 2009 = Níveis Risco 2010 dividido por 1200 áreas existentes.

$$= \frac{60+240+210+120}{1200} = \frac{630}{1200} = 0{,}525$$

II. Dado Nível Risco 2009 =3, Nível Risco 2010 =1 tivemos 40 áreas.
Dado Nível Risco 2009 =4, Nível Risco 2010 =1 tivemos 20 áreas.
Dado Nível Risco 2009 =4, Nível Risco 2010 = 2 tivemos 60 áreas.
Assim o total de áreas com redução de nível de risco em pelo menos 2 pontos foi de 40 + 20 + 60= 120 áreas.

35) Ainda com relação à situação problema, considere a tabela como uma distribuição conjunta de duas variáveis, da qual o risco 2009 será representado pela variável “x” e o risco 2010 pela variável “y”. Analise as probabilidades de cada item.

A – P(x < 2)

B – P(y > 3)

C – P(x ≤ 2/y > 3)

D – P(y > x)

De acordo com as probabilidades apresentadas por cada item acima, qual alternativa contém as probabilidades ordenadas em ordem crescente?

a) A – C – D – B
b) C – A – D – B
c) C – A – B – D
d) A – C – B – D

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA A)

Devemos utilizar conhecimentos sobre cálculos de função de probabilidade conjunta para variável bidimensional (Magalhães e Lima, 2002 – pág.128 a 132).

A: $$P(X<2) = P(X=1) = \frac{\sum_{j=1}^{4} X_{1,j}}{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} X_{i,j}} = \frac{120}{1200} = 0{,}1$$

B: $$P(Y>3) = P(Y=4) = \sum_{i=1}^{4} X_{i,4} \Big/ \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} X_{i,j} == \frac{240}{1200} = 0{,}2$$

C: $$P(X \le 2/Y>3) = P(X \le 2/Y=4) = \frac{P(X\le 2 \cap Y=4)}{P(Y=4)} = \frac{\sum_{i=1}^{2} X_{i,4} \Big/ \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} X_{i,j}}{\sum_{i=1}^{4} X_{i,4} \Big/ \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} X_{i,j}} = \frac{40}{240} = 0{,}1666..$$

D: $$P(Y>X) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=i+1}^{4} X_{i,j} \Big/ \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} X_{i,j} = \frac{230}{1200} = 0{,}191666...$$

Logo: A < C < D < B

36) Considere a variável aleatória contínua x com a seguinte função de densidade de probabilidade

$$f(\mathrm{x}) = \begin{cases} \dfrac{\left(1 - \mathrm{x}^3\right)}{2} & \text{se} \quad -1 < \mathrm{x} < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

O valor da esperança da variável x é dado por

a) $-2/5$.

b) $-1/4$.

c) $1/4$.

d) $2/5$.

<u>JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA</u>: (LETRA B)

Para calcular a esperança da variável aleatória contínua devemos integrar a variável x multiplicada por sua respectiva função de densidade de probabilidade (Morettin,1999 – pág.131)

$$E(x) = \int_{-1}^{1} x.f(x)dx = \int_{-1}^{1} x.\left(1 - x^3\right)/2 = \left.\frac{x^2}{4} - \frac{x^5}{10}\right|_{-1}^{1} = \frac{3}{20} - \frac{8}{20} = -\frac{1}{4}$$

37) Informe se é verdadeiro (V) ou falso (F) sobre as afirmativas relacionadas com a situação-problema. A seguir, indique a opção com a sequência **correta**.

Uma amostra aleatória simples de tamanho 2, X_1, X_2 é retirada de uma população com média μ . São propostos 4 estimadores para a média amostral:

$$T_1 = \frac{X_1 + 2X_2}{3} \qquad T_2 = \frac{X_1 - X_2}{2} \qquad T_3 = \frac{5X_1 - 2X_2}{3} \qquad T_4 = \sqrt{X_1.X_2}$$

( ) O estimador T_1 é não viesado.
( ) O estimador T_2 é não viesado.
( ) O estimador T_4 é o único viesado.
( ) Os estimadores T_1 e T_3 são os únicos não viesados.

a) V – F – V – V
b) F – V – V – V
c) V – F – F – V
d) V – V – V – F

<u>JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA</u>: (LETRA C)

Um estimador é não viesado pra média se $E[T] = \mu$

Dado que $\dfrac{X_1 + X_2}{2}$ é a estimativa não viesada do parâmetro média aritmética μ .

Uma amostra de tamanho 2 tem 4 combinações possíveis:
(X_1,X_1), (X_1,X_2), (X_2,X_1) e (X_2,X_2)

Para o estimador não ser viesado à média (esperança) de todas amostras possíveis, tem que ser igual ao parâmetro (Morettin 2000 – pág.41 e 42), e este cálculo pode ser expresso através da esperança de todas as amostras possíveis (Hoffmann, 1998), então temos:

$$E[T_1] = \left(\frac{X_1 + 2X_1}{3} + \frac{X_1 + 2X_2}{3} + \frac{X_2 + 2X_1}{3} + \frac{X_2 + 2X_2}{3}\right)\Big/4 = \frac{6X_1 + 6X_2}{12} = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

$$E[T_2] = \left(\frac{X_1 - X_1}{2} + \frac{X_1 - X_2}{2} + \frac{X_2 - X_1}{2} + \frac{X_2 - X_2}{2}\right)\Big/4 = \frac{0}{8} = 0$$

$$E[T_3]=\left(\frac{5X_1-2X_1}{3}+\frac{5X_1-2X_2}{3}+\frac{5X_2-2X_1}{3}+\frac{5X_2-2X_2}{3}\right)\Big/4=\frac{6X_1+6X_2}{12}=\frac{X_1+X_2}{2}$$

$$E[T_4]=\left(\sqrt{X_1.X_1}+\sqrt{X_1.X_2}+\sqrt{X_2.X_1}+\sqrt{X_2.X_2}\right)\Big/4=\frac{X_1+X_2+2\sqrt{X_2.X_1}}{4}$$

I. Verdadeiro.
II. Falso.
III. Falso.
IV. Verdadeiro.

As questões 38, 39 e 40 referem-se ao texto a seguir.

Foi realizado um estudo para analisar a obesidade em alunos de uma determinada escola através do Índice de Massa Corporal (IMC). Inicialmente, decidiu-se realizar um estudo piloto em alunos do 9º ano do ensino fundamental, a fim de testar duas técnicas de amostragem sobre a melhor técnica que poderia ser aplicada no estudo maior. O 9º ano do ensino fundamental desta escola continha 3 classes (9ºA =40; 9ºB=30; 9ºC=30), totalizando 100 alunos. Decidiu-se fazer uma amostragem de 40 alunos por Amostragem Aleatória Simples com Reposição (AASc) e uma Amostragem Estratificada (AE) conforme a tabela abaixo.

	Tamanho da Amostra	Média IMC	Variância Amostral
AASc - 9º	40	24	60
AE - 9ºA	16	23	88
AE - 9ºB	12	25	104
AE - 9ºC	12	24	112

38) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

Com base nas informações da situação-problema, observa-se que a média geral das Amostragens Estratificadas é igual a _____ e variância do estimador média amostral para Amostragem Aleatória Simples com reposição é ______.

a) 23,8 / 1,44
b) 23,8 / 1,45
c) 23,9 / 1,50
d) 23,9 / 1,54

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Para o cálculo da Esperança Amostragem Estratificada deve-se considerar a proporção de cada estrato e sua respectiva esperança (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág.116 e 121)

$$E(x)=\frac{16}{40}E_{9A}(x)+\frac{12}{40}E_{9B}(x)+\frac{12}{40}E_{9C}(x)=\frac{368+300+288}{40}=23{,}9$$

Para cálculo da Variância AASc (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág.82):

$$\operatorname{var}(\bar{x})=\frac{\sigma^2}{n}=\frac{60}{40}=1{,}5$$

39) Analisando a Amostragem Estratificada, há variância do estimador em que a média amostral é dada por

a) 1,0.
b) 1,5.
c) 2,0.
d) 2,5.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Para o cálculo da Variância da Amostragem Estratificada (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág. 121) temos

$$Var(\bar{x})=\left(1-\frac{N_i}{N}\right)\sum_{i=1}^{k}W_i^2\frac{\sigma_i^2}{n_i}$$

$$Var(\bar{x}) = \left(1 - \frac{40}{100}\right) \cdot \left\{ \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2 Var_{9A}(x) \right] + \left[\left(\frac{3}{10}\right)^2 Var_{9B}(x) \right] + \left[\left(\frac{3}{10}\right)^2 Var_{9c}(x) \right] \right\}$$

$Var(\bar{x}) =$ (0,6).(0,88).(0,78).(0,84) = 1,5

40) O Efeito do Plano Amostral (EPA) é uma ferramenta importante para avaliar a eficiência de planos amostrais, comparando a variância de um estimador sob um plano amostral com a variância deste mesmo estimador sob outro plano amostral dito com padrão. Considerando o plano Amostral Aleatório Simples (AASc) como padrão para analisar o estimador média do plano amostral estratificado, assinale a alternativa **correta**.

a) EPA = 0,67.
b) EPA = 0,83.
c) EPA = 1,00.
d) EPA = 1,67.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Para o cálculo do efeito do plano amostral devemos calcular a razão das variâncias do plano amostral a ser testado com um plano amostral dito como padrão, conforme apresentado (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág.116) temos:

$$EPA\left(\frac{AE}{AASc}\right) = \frac{Var_{AE}(\bar{x})}{Var_{AASc}(\bar{x})} = \left(\frac{1{,}5}{1{,}5}\right) = 1$$

41) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2 desconhecida. Tais dados são obtidos em uma Amostra Aleatória de tamanho 9 desta população, calculou-se sua média $\overline{X}$ e variância amostral S^2. De acordo com estas informações, o valor de $P(\overline{X} > \mu + (s/3))$ é

a) menor que 1%.
b) entre 1% e 5%.
c) entre 5% e 10%.
d) maior que 10%.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

A variância e desvio padrão da média amostral são dados pelos seguintes cálculos (Morenttin, 2000 – pág. 45)

Temos que $Var(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$ então: $DP(\overline{X}) = \sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

O objetivo é calcular a probabilidade de a média amostral ser maior que a média populacional mais um terço do desvio padrão da média populacional, ou seja:

$$P\left(\overline{X} > \mu + \frac{\sigma}{3}\right)$$

Para fazermos inferência sobre uma amostra temos que a variável padronizada segue o seguinte modelo: (Casella e Berger, 2002 – pág. 420)

$$Z_\alpha = \frac{(teste\ sobre\ média) - \mu}{\sigma_{\overline{X}}}$$

Com isto temos o cálculo da probabilidade que se apresenta da seguinte forma:

$$P\left(\overline{X} > \mu + \frac{\sigma}{3}\right) \rightarrow P\left(Z_\alpha > \frac{\mu + \sigma/3 - \mu}{\sigma_{\overline{X}}}\right) = P\left(Z_\alpha > \frac{\mu + \sigma/3 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) = P\left(Z_\alpha > \frac{\sigma/3}{\sigma/3}\right) = P(Z_\alpha > 1) \cong 0{,}159$$

42) Funcionários de uma empresa de transporte tiveram a seguinte evolução salarial: no ano de 2005, eles recebiam a importância de R$2.000,00 com índice de preços relativo-local de 1,25. Em 2010, os funcionários recebiam a importância de R$2.700,00 com índice de preços relativo-local de 1,50. Com base nestes dados, o reajuste real dos funcionários no período de 2005 a 2010 foi de

a) 0%.
b) 10%.
c) 12,5%.
d) 15%.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Deve-se utilizar para resolução desta questão conceitos de preço relativo (Hoffmann, 1998 – pág.310 e 311) e índice simples de preços agregados (Hoffmann, 1998 – pág.311 a 313)

Em 2000: R$2.000,00 - índice de preços =1,25 então
Em 2005: R$2.700,00 - índice de preços = 1,50

Reajuste Bruto = $\frac{2700}{2000} - 1 = 1{,}35 - 1 = 0{,}35$

Reajuste de Preços = $\frac{1{,}50}{1{,}25} - 1 = 1{,}2 - 1 = 0{,}2$

Reajuste Relativo = $\frac{1{,}35}{1{,}2} - 1 = 1{,}125 - 1 = 0{,}125$

43) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma distribuição qualquer contínua. Ao realizar um histograma da variável amostrada notou-se que a distribuição dos dados se apresentava de forma assimétrica negativa. Denotando: $\overline{X}$ = média amostral, $\tilde{X}$ = Mediana Amostral e M = Moda. Com base nestas informações, a ordenação **correta** das estatísticas é

a) $\tilde{X} < M < \overline{X}$.
b) $\overline{X} < M < \tilde{X}$.
c) $M < \tilde{X} < \overline{X}$.
d) $\overline{X} < \tilde{X} < M$.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

Considerando uma distribuição assimétrica negativa (à esquerda) (Hoffmann, 1998 – pág.33 e 34) (Triola, 2008 – pág.70) temos que a moda da distribuição é maior que a mediana e essa é maior que a média, sendo a ordenação da distribuição referida

$$\overline{X} < \tilde{X} < M$$

44) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma função distribuição de probabilidade dada por

$$F(x,\lambda) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & se\ x > 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Com base nesta informação, analise as afirmativas.

I. O estimador para λ pelo método de máxima verossimilhança é a média amostral.
II. O valor do momento de primeira ordem centrado em zero é a média amostral.
III. O valor da média e desvio padrão são iguais se estimados pelo método de momentos.

Estão **corretas** somente as afirmativas:

a) I e II.
b) I e III.
c) II e III.
d) I, II e III.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Para responder este item temos que notar a função referente à distribuição acumulada de uma variável aleatória exponencial (Ross, 1994 – pág.223) e com esta informação temos que a função de densidade de probabilidade é a derivada da função de distribuição acumulada, logo temos:

$$F'(x,\lambda) = f(x,\lambda) = \begin{cases} \lambda.e^{-\lambda x} & se\ x > 0 \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Para o item I utilizaremos conceito a respeito de Estimadores de Máxima Verossimilhança (Casella e Berger, 2002 – pág. 315 e 316).

I. Correto. $L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} \lambda e^{-\lambda x_i} \rightarrow \ln(L(\lambda)) = \ln\left(\lambda^n.e^{-\lambda \sum x_i}\right) = \ln(L(\lambda)) = n.\ln(\lambda) - \lambda \sum x_i \rightarrow$

$$\rightarrow \frac{\partial \ln(L(\lambda))}{\partial \lambda} = 0 \rightarrow \frac{n}{\lambda} - \sum x_i = 0 \rightarrow \lambda = \frac{\sum x_i}{n} = \bar{x}$$

Para o item II e III utilizaremos conceito a respeito de Funções Geradoras de Momentos (Ross, 1994 pág. 352 e 353) para distribuição exponencial:

II. Incorreto. $M(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t} \quad para\ \ t < \lambda \quad \rightarrow M'(t) = \frac{\lambda}{(\lambda - t)^2} \quad \rightarrow M'(0) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\bar{x}}$

III. Correto. $\operatorname{var}(x) = E(x^2) - (E(x))^2 \ M''(t) = \frac{2}{(\lambda - t)^2} \quad \rightarrow M''(0) = \frac{2}{\lambda^2} = E(x^2)$

$$\operatorname{var}(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2} \quad \rightarrow dp(x) = \sqrt{\operatorname{var}(x)} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}} = \frac{1}{\lambda}$$

E dado que $E(x) = M'(0) = \frac{1}{\lambda}$

As questões de 45 e 46 referem-se ao texto a seguir.

Suponha que uma variável aleatória X cuja função geradora de momentos é

$$M(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t} \quad para\ \ t < \lambda$$

45) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

Acerca da função geradora apresentada, pode-se afirmar que o momento de primeira ordem centrado em zero é _______ e o momento de segunda ordem centrado em zero é ________.

a) λ / λ^2

b) $\frac{1}{\lambda}$ / $\frac{2}{\lambda^2}$

c) $\frac{1}{\lambda}$ / $\frac{1}{\lambda^2}$

d) λ / $\lambda^2 + \lambda$

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Utilizaremos conceitos a respeito de Funções Geradoras de Momentos (Ross, 1994 – pág. 352) para distribuição exponencial para resolução dos itens solicitados.

I – $M(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t} \quad para\ \ t < \lambda \quad \rightarrow M'(t) = \frac{\lambda}{(\lambda - t)^2} \quad \rightarrow M'(0) = \frac{1}{\lambda}$

II – $M''(t) = \frac{2}{(\lambda - t)^2} \quad \rightarrow M''(0) = \frac{2}{\lambda^2}$

46) Ainda analisando a função geradora de momentos, pode-se afirmar que a variância desta distribuição é dada por

a) λ.

b) $2/\lambda^2$.

c) λ^2.

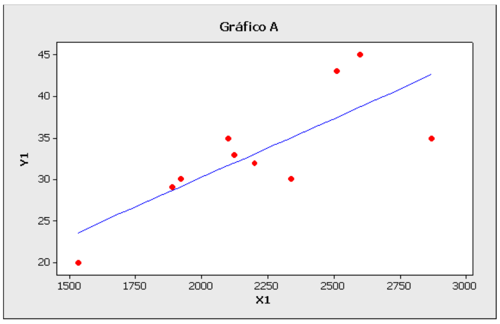
d) $1/\lambda^2$.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

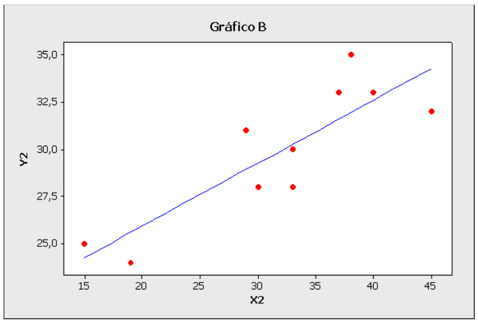
Utilizaremos conceitos a respeito de Funções Geradoras de Momentos (Ross, 1994 – pág. 353), com os momentos encontrados na questão anterior temos:

$$Var(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = M''(0) - M''(0)^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

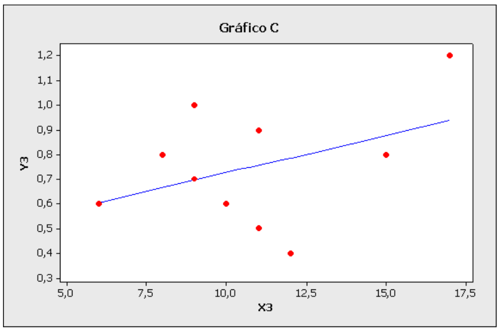
47) Em um teste para seleção de estagiário de uma empresa foram apresentados 4 modelos de regressão e 4 gráficos originados deles.



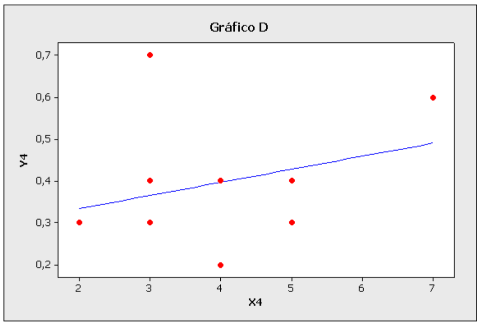
A



B



C



D

I. Y = 0, 4224 + 0, 03033 X
II. Y = 0, 2704 + 0, 03148 X
III. Y = 1, 82 + 0, 0142 X
IV. Y = 19,21 + 0, 3350 X

Relacione os gráficos com as equações e assinale a alternativa que apresenta a sequência **correta**.

a) I – A, II – B, III – C, IV – D
b) I – D, II – A, III – C, IV – B
c) I – C, II – D, III – A, IV – B
d) I – C, II – B, III – A, IV – D

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Análise visual das escalas dos gráficos de regressão utilizando associação dos coeficientes β_0 e β_1 com equações de regressão estimadas graficamente, observando as escalas dos gráficos (Draper e Smith, 1998 – pág.20 a 28).
Podemos relacionar o gráfico apresentado com a equação substituindo valores máximos e mínimos da variável X e verificando se esta é a mesma variação verificada em Y.

Gráfico A:

$X\max \cong 2900$ e $X\min \cong 1500$ onde a variação de Y na reta é de aproximadamente 23 a 43, substituindo Xmax e Xmin nas equações temos:

I = $Y\max \cong 88{,}38$ e $Y\min \cong 45{,}92$

II = $Y\max \cong 92{,}29$ e $Y\min \cong 47{,}49$

III = $Y\max \cong 43$ e $Y\min \cong 23{,}12$

IV = $Y\max \cong 990{,}71$ e $Y\min \cong 521{,}71$

De acordo com os resultados apresentados o Gráfico A relaciona-se com equação III.

Gráfico B:

$X\max \cong 45$ e $X\min \cong 15$ onde a variação de Y na reta é de aproximadamente 24 a 34, substituindo Xmax e Xmin nas equações temos:

I = $Y\max \cong 1{,}77$ e $Y\min \cong 0{,}87$

II = $Y\max \cong 1{,}68$ e $Y\min \cong 0{,}74$

III = $Y\max \cong 2{,}46$ e $Y\min \cong 2{,}03$

IV = $Y\max \cong 34{,}28$ e $Y\min \cong 24{,}24$

De acordo com os resultados apresentados o Gráfico B relaciona-se com equação IV.

Gráfico C:

$X\max \cong 17$ e $X\min \cong 5{,}5$ onde a variação de Y na reta é de aproximadamente 0,6 a 0,9, substituindo Xmax e Xmin nas equações temos:

I = $Y\max \cong 0{,}93$ e $Y\min \cong 0{,}59$

II = $Y\max \cong 0{,}81$ e $Y\min \cong 0{,}44$

III = $Y\max \cong 2{,}06$ e $Y\min \cong 1{,}9$

IV = $Y\max \cong 24{,}9$ e $Y\min \cong 21{,}1$

De acordo com os resultados apresentados o Gráfico C relaciona-se com equação I.

Gráfico D:

$X\max \cong 7$ e $X\min \cong 2$ onde a variação de Y na reta é de aproximadamente 0,33 a 0,49, substituindo Xmax e Xmin nas equações temos:

I = $Y\max \cong 0{,}63$ e $Y\min \cong 0{,}48$

II = $Y\max \cong 0{,}49$ e $Y\min \cong 0{,}33$

III = $Y\max \cong 1{,}92$ e $Y\min \cong 1{,}85$

IV = $Y\max \cong 21{,}6$ e $Y\min \cong 19{,}9$

De acordo com os resultados apresentados o Gráfico A relaciona-se com equação II.

As questões 48 e 49 referem-se ao texto a seguir.

Uma equipe de estudantes deseja participar de uma competição esportiva. Para entrar nesta competição devem ter rendimento acadêmico maior ou igual a 7,5 pontos. A distribuição de notas desta turma está apresentada abaixo. Observe.

Nº de Alunos	Nota
8	6
6	7
3	8
1	9

48) Quantos alunos com rendimento acadêmico (nota) 9 devem entrar na equipe para que a mediana das notas seja 7,5?

a) 7.
b) 8.
c) 9.
d) 10.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

O cálculo da mediana de um conjunto de valores (Triola, 2008 – pág.64) é apresentado onde a mediana é a média, dois valores centrais do rol de dados são ordenados para o caso do número de dados ser par e a posição central para o caso do número de dados ser ímpar.
O valor da mediana atual (7) é a média dos valores da posição 9 e 10 dos dados ordenados (com $N_{inicial} = 18$). Para o valor de a mediana ser 7,5 e dado a entrada de alunos somente com nota 9, os dois valores centrais da distribuição dos dados ordenados tem que ser 7 e 8, para isto olhando a distribuição atual dos dados ordenados seria a posição 14 e 15 e dado o cálculo da posição central da mediana como $Me = \dfrac{pos\left(\dfrac{N}{2}\right) + pos\left(\dfrac{N}{2}+1\right)}{2}$, então o valor de $N_{final} = 28$, logo o número de alunos inseridos com nota 9 teria de ser: $N_{inserido} = N_{final} - N_{inicial} = 28-18 = 10$

49) Quantos alunos com rendimento acadêmico (nota) 9 devem entrar na equipe para que a média seja 7,5?

a) 7.
b) 8.
c) 9.
d) 10.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

O cálculo da média de um conjunto de valores (Triola, 2008 – pág.63) é apresentado como a soma de valores deste conjunto dividido pelo número de valores, então o valor da média atual é dado por $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \dfrac{123}{18}$

O valor da média esperada devemos adaptar ao cálculo da média, onde devemos acrescer indivíduos com nota 9 e incluí-lo na divisão da seguinte forma: $\overline{X}passe = \dfrac{123+9i}{18+i} = 7{,}5 \;\rightarrow 7{,}5*(18+i) = 123+9i$

$9i - 7{,}5i = 135 - 123 \rightarrow 1{,}5i = 12 \rightarrow i = 8$

As questões 50 e 51 referem-se ao texto a seguir.

Um estudo revelou que a probabilidade de uma pessoa ter contraído AIDS é de 1%. Mostrou que se a pessoa contraiu AIDS, um determinado exame detecta o resultado positivo em 90% dos casos, e se a pessoa não contraiu, o exame detecta o resultado negativo em 60% dos casos.

50) Informe se é verdadeiro (V) ou falso (F) sobre as afirmativas relacionadas com a situação-problema. A seguir, indique a opção com a sequência **correta**.

( ) A probabilidade do exame acertar um resultado qualquer é maior que 65%.
( ) Se o exame der positivo, a proporção de pessoas com a doença é de 1/45.
( ) Se o exame der negativo, a probabilidade de a pessoa ter a doença é de 1/595.
( ) Se a pessoa contraiu AIDS, a probabilidade de fazer 3 exames de forma independente e todos apresentarem resultado negativo acontecerá em mais de 20% das vezes.

a) V – V – V – V
b) F – V – V – F
c) V – F – F – V
d) F – F – F – F

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Probabilidade de ter Aids = $P(A) = 0{,}01$
Probabilidade Exame Positivo = $P(E)$
Probabilidade Exame Negativo = $P(\overline{E})$
$P(E/A) = 0{,}9$
$P(\overline{E}/\overline{A}) = 0{,}6$

Para responder o item I utilizaremos conceitos de Probabilidade Condicionada e o Teorema da Probabilidade Total (Morettin, 1999 – pág. 21).

I – $P(E \cap A) \cup P(\overline{E} \cap \overline{A}) = P(E/A).P(A) \cup P(\overline{E}/\overline{A}).P(\overline{A}) = 0{,}9.0{,}01 + 0{,}6 * 0{,}99 = 0{,}009 + 0{,}594 = 0{,}603$

Para responder os itens de II e III utilizaremos conceitos de Probabilidade Condicionada, Teorema de Bayes e Teorema da Probabilidade Total p. 21 a 23 Morettin (1999)

II – $P(A/E) = \dfrac{P(A \cap E)}{P(E)} = \dfrac{P(E/A).P(A)}{P(E/A).P(A) + P(E/\overline{A}).P(\overline{A})} = \dfrac{0{,}9.0{,}01}{0{,}9.0{,}01 + 0{,}4.0{,}99} = \dfrac{0{,}009}{0{,}405} = 0{,}0222....$

III – $P(A/\overline{E}) = \dfrac{P(A \cap \overline{E})}{P(\overline{E})} = \dfrac{P(\overline{E}/A).P(A)}{P(\overline{E}/A).P(A) + P(\overline{E}/\overline{A}).P(\overline{A})} = \dfrac{0{,}1.0{,}01}{0{,}1.0{,}01 + 0{,}6.0{,}99} = \dfrac{0{,}001}{0{,}595} = 0{,}0017....$

Para o Item IV vamos utilizar conceitos de Eventos Independentes (Morettin, 1999 – pág. 19 e 20) e cálculo de Probabilidade de Distribuição Binomial (Ross, 1994 – pág.146)

IV – Dado X ser uma variável aleatória onde uma pessoa doente apresenta resultado negativo temos que P(X)= $P(X) = P(\overline{E}/A) \rightarrow$ sendo X uma variável aleatória binomial (Ross, 1994 – pág.146) onde a probabilidade de 3 eventos desta v.a. é demonstrada abaixo:

$$P(X = 3) = \binom{3}{3}(0{,}6)^3.(0{,}4)^3 = 0{,}216$$

51) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

A combinação de teste é uma ferramenta importante para melhorar a qualidade de um exame. Ao realizar 5 testes em paralelo, desejando-se encontrar 2 ou mais resultados positivos para considerar o exame como positivo, haverá uma probabilidade do resultado positivo se adequar a uma distribuição _______________.

a) binomial
b) geométrica
c) hipergeométrica
d) multinomial

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

O modelo de probabilidade proposto onde uma população de tamanho “N” com “m” elementos desta população com uma determinada característica “k”, onde é feita uma amostragem de tamanho “n” sem reposição onde se deseja encontrar “i” indivíduos com determinada característica “k” segue um modelo de distribuição de probabilidade Hipergeométrico. (Ross, 1994 – pág.172)

52) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma amostra aleatória de uma função distribuição de probabilidade dada por

$$P(x,\theta) = \theta.(1-\theta)^x$$

Com base nesta informação, o estimador de máxima verossimilhança para $\hat{\theta}$ é dado por

a) $\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$

b) $\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n} (x_i + 1)}$

c) $\dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n} (x_i + n)}$

d) $\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n} (x_i + n)}$

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Utilizando procedimentos para estimação de um parâmetro através de uma função de máxima verossimilhaça (Casella e Berger, 2002 – pág.315 e 316) temos:

$$L(\lambda)=\prod_{i=1}^{n}\theta.(1-\theta)^{x} \to \ln(L(\lambda))=\sum_{i=1}^{n}\ln\left(\theta.(1-\theta)^{x_i}\right)= \to \ln(L(\lambda))=n.\ln(\theta)+\ln(1-\theta).\sum_{i=1}^{n}x_i$$

$$\to \frac{\partial \ln(L(\lambda))}{\partial \lambda}=0 \to \frac{n}{\theta}-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{(1-\theta)}=0 \to \frac{n}{\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{(1-\theta)}=0 \to \theta.\sum_{i=1}^{n}x_i=n-n\theta$$

$$\to \theta.\left[\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)+n\right]=\theta=\frac{n}{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)+n} \to \theta=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}(x_i+1)}$$

53) Sejam “A” e “B” eventos de um dado espaço amostral com as seguintes características

$$P(A)=P(B)=P(A/B)=0{,}5$$

Assinale a alternativa em que as características **não** podem ser atribuídas a estes conjuntos.

a) Independentes.
b) Mutuamente excludentes.
c) Apresentam intersecção não nula.
d) Representam distribuições de probabilidade.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Para responder as características inerentes aos conjuntos A e B utilizaremos conceitos de Probabilidade Condicionada, Teorema de Bayes e Teorema da Probabilidade Total (Morettin, 1999 – pág 21 a 23) e (Magalhães e Lima, 2002 pág.42 a 48).

Sobre Independência:
$P(A\cap B)=P(A).P(B)=0{,}25$ se A e B independentes
$P(A/B)=P(A)$ se A e B independentes

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)} \to P(A\cap B)=P(A/B).P(B)=0{,}5\,.\,0{,}5=0{,}25$$

Isto é, podem ou não ser independentes, pois a hipótese de independência não foi descartada.
Sobre Intersecção Nula e Mutuamente Excludentes:
$P(A\cap B)=P(A/B).P(B)=0{,}5.0{,}5=0{,}25\neq 0$ não tem intersecção nula e não são mutualmente excludentes
Sobre a possibilidade de Representarem uma Distribuição de Probabilidade:
Por definição podem representar distribuições de probabilidade, pois todas as probabilidades estão no intervalo $0\leq p\leq 1$

54) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

O preço de um determinado produto apresentou um coeficiente de variação de ______. Seja dado que o produto teve uma redução de 20% em seu preço, o novo coeficiente de variação é dado por 30 u.m..

a) 19,2 u.m.
b) 24 u.m.
c) 30 u.m.
d) 37,5 u.m.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

A construção do coeficiente de variação enunciado por Triola (2008) pág. 84 conforme abaixo:

$$CV=\frac{s}{\bar{x}}$$

Considerando propriedades de Esperança Matemática enunciadas por Morettin (1999) pág. 48 e propriedades da variância enunciadas por Morettin (1999) pág. 52 e 53 temos:

Se Y = aX
Aplicando propriedades de Esperança Matemática
$E(Y) = a.E(X)$
Aplicando propriedades de Variância
$Var(Y) = a^2.Var(X)$
$DP(Y) = \sqrt{Var(Y)} = \sqrt{a^2.Var(X)} = a.DP(X)$
Temos:
Y = aX => Y = 0,8X
Seja $\bar{x}_i$ =média de preços inicial, $\bar{x}_f$ =média de preços final, s_i = desvio padrão de preços inicial, s_f = desvio padrão de preços final.
$\bar{x}_f = 0{,}8.\bar{x}_i$ e $s_f = 0{,}8.s_i$

$CV_i = \dfrac{s_i}{\bar{x}_i}$ e $CV_f = \dfrac{s_f}{\bar{x}_f} = \dfrac{0{,}8.s_i}{0{,}8.\bar{x}_i} = \dfrac{s_i}{\bar{x}_i}$
Então $CV_i = CV_f = 30\ u.m.$

55) Com relação à Teoria da Amostragem, assinale a afirmativa **incorreta**.

a) Na Amostragem Sistemática, a seleção do primeiro indivíduo é feita por Amostragem Aleatória Simples.
b) Na Amostragem Estratificada, a população é divida em subpopulações com estratos mutuamente excludentes.
c) Na Amostragem Conglomerados, a população é dividida em subpopulações com conglomeros homogêneos.
d) Na Amostragem Aleatória Simples, todas as unidades amostrais têm a mesma probabilidade de serem escolhidas.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Por definição os conceitos de amostragem definidos por Bolfarine e Bussab (2000) pág. 57 e Morettin (2000) pág. 2 a 6 e analisamos abaixo cada alternativa sobre os tipos de amostragem:

Amostragem Aleatória Simples: De acordo com Bolfarine e Bussab (2000) pág.77 e 78 e definições supra citadas a Amostragem Aleatória Simples se caracteriza por dar a todos o elementos amostra a mesma probabilidade a cada unidade amostral. Afirmação sobre o tipo de amostragem CORRETA.

Amostragem Sistemática: De acordo com Bolfarine e Bussab (2000) pág. 212 e 213 e definições supra citadas a Amostragem Sistemática a seleção do primeiro elemento é selecionado aleatoriamente segundo uma Amostragem aleatória simples. Afirmação sobre o tipo de amostragem CORRETA.

Amostragem por Conglomerados: De acordo com Bolfarine e Bussab (2000) pág. 187 o procedimento amostral analisado são construídos através de conglomeros heterogêneos sendo uma micro representação da população. Afirmação sobre o tipo de amostragem INCORRETA

Amostragem Estratificada: De acordo com Bolfarine e Bussab (2000) pág.114 a 117 a população é subdividida em parcelas bem definidas, cada estrado tem sua subpopulação e isto caracteriza que as populações são mutuamente exclusivos (conceito apresentado por Magalhães e Lima (2002) pág. 37). Afirmação sobre o tipo de amostragem CORRETA.

As questões 56 e 57 referem-se ao texto a seguir.

Um estudo sobre as características de planos amostrais levantou informações acerca de um plano amostral baseado em Amostragem Aleatória Simples com Reposição (AASc) e um plano amostral baseado em Amostragem Aleatória Simples sem Reposição (AASs), listando, a seguir, Estimadores não viesados para a variância do estimador da média amostral denominado como $\bar{X}$.

Para n>1 temos

$Var(\bar{x} \mid AASc) = \sigma^2 / n$

$$Var(\bar{x} \mid AASs) = \frac{\left(1 - n/N\right)s^2}{n}$$

Onde
N é o tamanho da população;
n é o tamanho da amostra;
s^2 é a variância da amostra;
σ^2 é a variância populacional.

56) Analise as afirmativas com planos amostrais apresentados.

I. De acordo com as propriedades do efeito do plano amostral EPA, a AASs apresenta melhor eficiência que a AASc.

II. Quanto maior a proporção da amostra $\left(n/N\right)$ menor a variância de uma AASs.

III. s^2 é sempre maior que σ^2 em um plano amostral de AASc.

Estão **corretas** somente as afirmativas

a) I e II.
b) I e III.
c) II e III.
d) I, II e III.

<u>JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA</u>: (LETRA A)

Para resolução do item I utilizaremos a comparação dos planos amostrais AASs e AASc (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág.106)

I. <u>Verdadeiro</u>. $EPA = \frac{Var(\bar{x} \mid AASs)}{Var(\bar{x} \mid AASc)} = \left(\frac{N-n}{N-1}\right) < 1$ para N > 1

Para resolução do item II utilizaremos propriedades de uma AASs e construiremos o estimador de variância (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág.96)

II. <u>Verdadeiro</u>. Observamos uma relação inversa entre variância e fração amostral por definição: $Var(\bar{x} \mid AASs) = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot \frac{s^2}{n}$

Para resolução do item III utilizaremos os resultados de cálculo referente à distribuição amostral de s^2 (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág.86)

III. <u>Falso</u>. Por definição, há possibilidade de uma variância amostral ser menor que a variância amostral como exemplificado por Bolfarine e Bussab na distribuição amostral de s^2.

57) O resultado da razão entre $\frac{Var(\bar{x} \mid AASs)}{Var(\bar{x} \mid AASc)}$ resulta em

a) $\frac{N-n}{N-1}$.

b) $\frac{N-n}{N}$.

c) $\left(\frac{N}{N-n}\right)$.

d) $\frac{Nn-n}{N}$.

<u>JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA</u>: (LETRA A)

Para resolução desta questão utilizaremos a comparação dos planos amostrais AASs e AASc (Bolfarine e Bussab, 2000 – pág.106).

58) Certa empresa deseja fazer uma pesquisa com seus clientes sobre a aceitação de uma nova linha de produtos; admite um erro máximo de ± 2 pontos percentuais para a estimativa da proporção encontrada. Considerando que o tamanho é de 625 clientes, qual é o nível de confiança aproximado deste plano amostral?

a) 34,1%.

b) 44,7%.

c) 68,2%.

d) 95,4%.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

O cálculo do tamanho da amostra é dado por: (Magalhães e Lima, 2002 – pág.233)

$$n = \left(Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sqrt{\hat{p}.(1-\hat{p})}}{e} \right)^2 \quad \text{eq.1}$$

Sendo a proporção estimada desconhecida é considerado $\hat{p} = 0{,}5$, pois 0,5 maximiza $\hat{p}.(1-\hat{p})$ (Magalhães e Lima, 2002 – pág.234). Substituindo esta proporção em eq.1 temos:

$$n = \left(Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sqrt{0{,}5\,.\,0{,}5}}{e} \right)^2 \rightarrow 625 = Z^2_{\alpha/2} \cdot \left(\frac{1}{2.(0{,}02)} \right)^2 \rightarrow Z^2_{\alpha/2} = \frac{625}{625} \rightarrow Z_{\alpha/2} = \sqrt{1} = 1$$

$\hat{p}$ segue uma distribuição normal para n grande (n>30) (Magalhães e Lima, 2002 – pág.222 e 223), então podemos descrever o nível de confiança como sendo:

$$P(-Z_{\alpha/2} < Z < Z_{\alpha/2}) = P(-1 < Z < 1) \cong 0{,}682$$

59) A cidade de Antares está sofrendo com o inverno rigoroso no ano de 2011, cujas temperaturas nos últimos 5 dias foram em média de 2ºC, com variância de 100ºC. Uma outra cidade, Metrópolis, também registrou temperaturas baixas no mesmo período, com média de 41ºF e desvio padrão 9ºF.

Dado que para transformar a temperatura de Fahrenheit (ºF) em Celsius (ºC):

$TC = \frac{5}{9}(TF - 32)$. Onde TC = Temperatura em ºC e TF = Temperatura em ºF.

Preencha com "A" se a informação está relacionada com a cidade de Antares e "M" se a informação está relacionada com a cidade de Metrópolis. Em seguida, assinale a alternativa que apresenta a sequência **correta**.

( ) A menor média da temperatura.
( ) A menor variância da temperatura.
( ) O menor coeficiente de variação da temperatura.

a) A – M – M

b) M – A – M

c) M – A – A

d) A – M – A

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA A)

Se Y = aX + b

Propriedades de Esperança Matemática (Morettin, 1999 – pág.48)

$$E(Y) = a.E(X) + b$$

Propriedades da Variância (Morettin, 1999 – pág.52 e 53)

$$Var(Y) = a^2.Var(X)$$

$$DP(Y) = \sqrt{Var(Y)} = \sqrt{a^2.Var(X)} = a.DP(X)$$

Utilizando propriedades de Esperança para resolução do Item I.

I – $E[TC]=E\left[\frac{5}{9}(TF-32)\right]=\frac{5}{9}E[TF-32]=\frac{5}{9}.E[TF]-\frac{160}{9}$

E[A]= 2ºC

E[M] = $\frac{5}{9}.41-\frac{160}{9}=\frac{205-160}{9}=$5ºF

E[A]<E[M]

Utilizando propriedades de Variância para resolução do Item II.

II – $Var[TC]=Var\left[\frac{5}{9}(TF-32)\right]=\frac{25}{81}Var[TF-32]=\frac{25}{81}.Var[TF]$

Var[A] = 100ºC^2

Var[M] = $\frac{25}{81}.(9)^2=\frac{25.81}{81}=$81ºF^2

Var[A]>Var[M]

Utilizando conceitos para construção do coeficiente de variação (Triola, 2008 – pág.84) para resolução do Item III.

III - $CV[TC]=\frac{DP[TC]}{E[TC]}=\frac{\sqrt{Var[TC]}}{E[TC]}$

$CV[A]=\frac{\sqrt{100}}{2}=$5 $\qquad$ $CV[M]=\frac{\sqrt{81}}{5}=$1,8

CV[A]>CV[M]

60) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma variável aleatória que representa o rendimento acadêmico de um aluno; tal variável segue uma distribuição normal com média 6 e variância 4. Em um grupo de 4 pessoas, qual é a probabilidade aproximada da soma destas notas ser menor que 30?

a) 0,773.
b) 0,866.
c) 0,933.
d) 0,997.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

$\mu=6$ e $\sigma^2=4$

Temos que: $Y = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ e dadas propriedades de Esperança e Variância Morettin (1999) pág. 48 a 53.

$E(Y)=E(X_1+X_2+X_3+X_4)=24$

$Var(Y)=Var(X_1+X_2+X_3+X_4)=16$ considerando X's independentes

Dado Y_t = 30 temos e utilizando técnicas para calculo de população normais Magalhães e Lima (2002) pág.183 e 184.

$Z_c=\frac{y-\mu_y}{\sigma_y}=\frac{30-24}{4}=1{,}5$

$P(Z<Z_\alpha)=P(Z<1{,}5)=0{,}5+0{,}433=0{,}933$

61) O ciclo PDCA (do inglês: Plan [planejamento] , Do [execução], Check [verificação], Action [atuação corretiva]) é um método de gerenciamento pertencente a técnica de estatística de planejamento e análise de experimentos. Qual das alternativas abaixo **não** faz parte dos princípios básicos do planejamento de experimentos?

a) Réplica.
b) Aleatorização.
c) Seleção de níveis.
d) Formação de blocos.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Para realização de um planejamento de experimentos temos três básicos, que são Réplica, Aleatorização e Formação de Blocos. (Werkema e Aguiar, 1996 – pág.28)

62) Um parâmetro chamado Ψ pertence a uma determinada população. São elaborados 3 estimadores $\hat{\psi}_1$, $\hat{\psi}_2$ e $\hat{\psi}_3$ com as seguintes características

$E(\hat{\psi}_1) = \psi$

$E(\hat{\psi}_2) < E(\hat{\psi}_3) = E(\hat{\psi}_1)$

$Var(\hat{\psi}_2) < Var(\hat{\psi}_3) < Var(\hat{\psi}_1)$

Com base nestas informações, analise as afirmativas.

I. O estimador $\hat{\psi}_1$ é mais eficiente que os demais para estimar o parâmetro Ψ .
II. O estimador $\hat{\psi}_2$ é mais preciso que os demais estimadores.
III. O estimador $\hat{\psi}_3$ é mais eficiente que o estimador $\hat{\psi}_1$ para estimar o parâmetro Ψ .
IV. Os estimadores $\hat{\psi}_1$ e $\hat{\psi}_3$ tem a mesma eficiência para estimar o parâmetro Ψ .

Estão **corretas** somente as afirmativas

a) I e IV.
b) I, III e IV.
c) II e III.
d) II, III e IV.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Para resolução dos itens de I a IV utilizaremos técnicas de avaliação de Estimadores de Consistência (Casella e Berger, 2002 – pág. 467 a 470) e Eficiência (Cassela e Berger, pág. 470 a 473).

I. Falso. Na classe de estimadores não viesados o estimador mais eficiente deve ter menor variância.
II. Verdadeiro. Pois $\hat{\psi}_2$ é o de menor variância.
III. Verdadeiro. $\hat{\psi}_3$ e $\hat{\psi}_1$ são estimadores não viesados, onde $\hat{\psi}_3$ tem menor variância que $\hat{\psi}_1$, então $\hat{\psi}_3$ é mais eficiente.
IV. Falso. O estimador $\hat{\psi}_2$ não pode ser considerado o mais eficiente pois desconhecemos a magnitude do seu viés e para estimadores viesados a eficiência é medida pelo Erro Quadrático Médio, sendo EQM=$Var(\hat{\psi}_2) + Viés^2$

63) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

Sejam X e Y variáveis aleatórias independentes, onde X representa o número de caras em 10 lançamentos de uma moeda viciada, cujo número de caras é 50% maior do que o número de coroas e Y, uma variável aleatória, que segue Poisson com média igual a 4 unidades de medida. Cria-se uma nova variável a partir da seguinte relação: Z = 2X – Y + 5 onde ______ é o valor da esperança de Z e ______ é o valor da variância de Z.

a) 8 / 8,6
b) 8 / 13,6
c) 13 / 8,6
d) 13 / 13,6

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

Dadas as propriedades de Esperança e Variância (Morettin, 1999 – pág.48 a 53) para resolução dos Itens I e II temos:
X tem distribuição binomial com parâmetros n e p onde:
n=10; p=1,5.pe onde pe é a probabilidade de coroas.
$1{,}5.pe = (1 - pe) \rightarrow 2{,}5pe = 1 \rightarrow pe = 0{,}4$ então p = 0,6
A distribuição de X apresenta as características (Ross,1994 – pág.146 e 152) que serão utilizadas para resolução do item I.
I – $E[X] = n.p = 10.0{,}6 = 6$
$E[Y] = 4$

$$E[Z]=E[2X-Y+5]=2.E[X]-E[Y]-E[5]=12-4+5=13$$

Y tem distribuição de poison com parâmetro lambida igual a 4 e apresentam características inerentes a esta distribuição e juntamente com o enunciado acima para o item I podemos desenvolver o item II. (Ross, 1994 – pág.157,159 e 160)

II – $Var[X]=n.p.(1-p)=10.0,6.0,4=2,4$

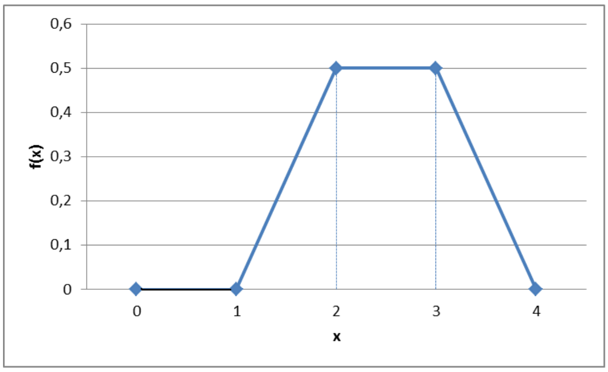
$$Var[Y]=E[Y]=4$$

$$Var[Z]=Var[2X-Y+4]=Var[2X-Y]=4Var[X]+Var[Y]-4Cov[X,Y]$$

Se independente $Cov[X,Y]=0$, então

$$Var[Z]=4.2,4+4=13,6$$

64) Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma variável aleatória discreta com a função de densidade de probabilidade expressa abaixo.



A variância desta distribuição é dada por

a) 1/12.
b) 5/12.
c) 3/5.
d) 5/3.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

Encontrar primeiramente a equação da função nos lugares em que f(x) tem densidade não nula e em cada intervalo encontrar a equação da reta (Bonjorno et al, 1994) logo temos:
1 até 2 = (x-1)/2
2 até 3 = 1/2
3 até 4 = (4-x)/2

O cálculo da esperança de uma função aleatória contínua (Ross, 1994 – pág.202) é aplicado abaixo:

$$E[X]=\int_a^b x.f(x)\,dx=\int_1^2 x.\frac{(x-1)}{2}dx+\int_2^3 x.\frac{1}{2}dx+\int_3^4 x.\frac{(4-x)}{2}dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_1^2 x^2-x\,dx+\frac{1}{2}\int_2^3 x\,dx+\frac{1}{2}\int_3^4 4x-x^2dx=\frac{1}{2}\left[\left.\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right|_1^2+\left.\frac{x^2}{2}\right|_2^3+\left.2x^2-\frac{x^3}{3}\right|_3^4\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\left.\left(\frac{8}{3}-\frac{4}{2}\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\right|_1^2+\left.\frac{9}{2}-\frac{4}{2}\right|_2^3+\left.\left(32-\frac{64}{3}\right)-\left(18-\frac{27}{3}\right)\right|_3^4\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\frac{16-12-2+3}{6}+\frac{5}{2}+\frac{96-64-54+27}{3}\right]=\frac{1}{2}\left[\frac{5+15+10}{6}\right]=\frac{1}{2}.5=2,5$$

Para o cálculo da esperança de X^2 (Ross, 1994 – pág.206) onde aplicamos este cálculo abaixo em nossa função:

$$E[X^2]=\int_a^b x^2.f(x)\,dx=\int_1^2 x^2.\frac{(x-1)}{2}dx+\int_2^3 x^2.\frac{1}{2}dx+\int_3^4 x^2.\frac{(4-x)}{2}dx$$

$$=\frac{1}{2}\int_1^2 x^3-x^2\,dx+\frac{1}{2}\int_2^3 x^2\,dx+\frac{1}{2}\int_3^4 4x^2-x^3dx=\frac{1}{2}\left[\left.\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}\right|_1^2+\left.\frac{x^3}{3}\right|_2^3+\left.\frac{4x^3}{3}-\frac{x^4}{4}\right|_3^4\right]$$

$$= \frac{1}{2}.\left[\left(\frac{16}{4}-\frac{8}{3}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)\Bigg|_1^2 + \frac{27}{3}-\frac{8}{3}\Bigg|_2^3 + \left(\frac{256}{3}-\frac{256}{4}\right)-\left(\frac{108}{3}-\frac{81}{4}\right)\Bigg|_3^4\right]$$

$$= \frac{1}{2}.\left[\frac{48-32-3+4}{12}+\frac{19}{3}+\frac{1024-768-432+243}{12}\right] = \frac{1}{2}.\left[\frac{17+76+67}{12}\right] = \frac{1}{2}.\frac{160}{12} = \frac{20}{3}$$

O cálculo da Variância de X (Ross, 1994 – pág.205) é uma operação algébrica, por isso utilizamos o cálculo abaixo:

$$Var[X] = E[X^2] - E[X]^2 = \frac{20}{3} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{20}{3} - \frac{25}{4} = \frac{80-75}{12} = \frac{5}{12}$$

65) O modelo de regressão linear é ajustado $\hat{Y} = aX_i + b_i$ com o coeficiente de determinação 98% e o gráfico de resíduos apresenta heterocedástico do erro. Assim, pode-se afirmar que

a) o coeficiente "a" no modelo não é significativo.
b) a estatística de teste "t" do modelo de regressão não é válida.
c) o coeficiente "a" estimado por mínimos quadrados é viesado.
d) não é possível verificar heterocedasticidade do erro por gráficos de resíduos.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

A) Incorreto: O coeficiente "a" isoladamente pode ser significativo está diretamente relacionado com a formulação do coeficiente de determinação. (Draper e Smith, 1998 – pág.33)
B) Correto: Para uma estatística t ser válida para um modelo de regressão devem ser satisfeitas 4 hipóteses básicas relacionadas aos resíduos gerados pelos modelos: Normalidade, Independência, Média Zero e Variância Constante. Dado que a heterocedasticidade é observada quando não há variância constante o valor da estatística de teste t para o modelo não é válida. (Draper e Smith, 1998 – pág.60)
C) Incorreto: Dado a esperança do erro igual a zero e a variabilidade inerente a y a esperança do estimador de mínimos quadrados de "a" é não viesado. (Draper e Smith, 1998 – pág. 89 e 90)
D) Incorreto: Mostra que a heterocedasticidade é verificada no gráfico de resíduos versus ordem. (Draper e Smith, 1998 pág.62 e 63)

As questões 66, 67 e 68 referem-se ao texto a seguir.

Deseja-se comparar o consumo médio de combustível entre 4 fabricantes de motores para equipar um novo jato de certo fabricante de aeronaves. Foram selecionados 5 motores de cada fabricante e apresentadas as duas estimativas a seguir.

Quadrado Médio Entre Grupos = QME = 12
Soma de Quadrados Dentro dos Grupos = SQD = 48

66) Informe se é verdadeiro (V) ou falso (F) sobre as afirmativas relacionadas com a situação-problema. A seguir, indique a opção com a sequência **correta**.

( ) O número de graus de liberdade dentro dos grupos é de 4.
( ) O número de graus de liberdade entre os grupos é de 3.
( ) A soma de quadrados dentro dos grupos é maior que entre os grupos.
( ) É possível estimar a variância amostral de todos os dados através da tabela Anova.

a) V – F – F – F
b) F – V – F – V
c) V – V – V – F
d) F – V – V – V

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

A construção da tabela Anova (Draper e Smith, 1998 – pág. 475) onde é apresentada a relação da soma de quadrados e análise de variância. Com base nesta informação da Tabela Anova responderemos todos os 4 itens enunciados abaixo:

I. Falso. Número de graus de liberdade Dentro do Grupo é a diferença do número de elementos (20) pelo número de grupos (4) = 16

II. Verdadeiro. Número de graus de liberdade Entre Grupos é determinado pelo número de grupos -1 grau de liberdade = 3

III. Verdadeiro. $SQE = QME * glE = 12 * 3 = 36$ e SQD = 48 então SQD > SQE

IV. Verdadeiro. Pois $s^2 = SQT / n - 1$

67) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

Através da tabela Anova pode-se calcular o valor do quadrado médio dentro dos grupos de _____ e, por conseguinte, o valor da estatística F em _____.

a) 3 / 3
b) 3 / 4
c) 4 / 3
d) 4 / 4

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA B)

(Draper e Smith, 1998 – pág. 475) Utilizaremos o cálculo do quadrado médio dentro do grupo QMD e a estatística de teste F, sendo abaixo utilizada para resposta do subitem I e II:

I. $QMD = SQD / glD = 48 / 16 = 3$

II. $F = \dfrac{QME}{QMD} = \dfrac{12}{3} = 4$

68) Dados que o valor da estatística F com os graus de liberdade apresentados na tabela Anova é de 3,29, pode-se afirmar que

a) há diferença entre as médias no consumo de combustível dos motores analisados, pois o valor estimado é maior que o tabelado.
b) há diferença entre as médias no consumo de combustível dos motores analisados, pois o valor estimado é menor que o tabelado.
c) não há diferença entre as médias no consumo de combustível dos motores analisados, pois o valor estimado é menor que o tabelado.
d) não há diferença entre as médias no consumo de combustível dos motores analisados, pois o valor estimado é maior que o tabelado.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA A)

(Draper e Smith, 1998 – pág. 475 e 476) a estatística de teste F é dada por:
$F_{cal} = 4 > F_{tab} = 3{,}29$ e por definição rejeita-se a hipótese de igualdade entre as médias.

As questões 69 e 70 referem-se ao texto a seguir.

Um treinamento de tiro é realizado em um alvo circular com 2 círculos concêntricos (círculos com o mesmo centro) com 8 cm e 20 cm de diâmetro. Supõe-se que a probabilidade de um soldado acertar um tiro no alvo é de 80%, que todos os pontos deste alvo sejam equiprováveis e que os disparos realizados por este soldado sejam independentes entre si.

69) Informe se é verdadeiro (V) ou falso (F) sobre as afirmativas relacionadas com a situação-problema. A seguir, indique a opção com a sequência **correta**.

( ) A probabilidade do soldado, em um disparo, acertar o tiro no círculo de maior diâmetro é maior que 60%.
( ) A probabilidade do soldado, em um disparo, acertar o tiro no círculo de menor diâmetro é menor que 15%.
( ) A probabilidade de se acertar o círculo de maior diâmetro é 6,25 vezes maior do que acertar o círculo menor.
( ) A probabilidade de se acertar o círculo de maior diâmetro é 5,25 vezes maior do que acertar o círculo menor.

a) V – F – V – F
b) F – F – V – F
c) V – V – F – V
d) V – V – V – F

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Descrevendo os conjuntos:
A = Acertar o Alvo.
X = Acertar o Círculo Menor
Y = Acertar o Círculo Maior
r_x = 8/2 = 4 cm
r_y = 20/2 = 10 cm

Para Calcular as probabilidades solicitadas primeiramente devemos utilizar conceitos descritos (Casella e Berger, 2002 – pág.7 a 9) a respeito de definição de probabilidades:

$P(A) = 0{,}8$

Área de X = $\pi . r_x^2 = \pi . 4^2 = 16\pi$ cm

Área de Y = $\pi . r_y^2 - A_x = \pi . 10^2 - 16\pi = 84\pi$ cm

$A_x + A_y = 16\pi + 84\pi = 100\pi$ cm então:

$A_x = 16\pi / 100\pi = 16\%$

$A_y = 84\pi / 100\pi = 84\%$

Para solução dos itens I e II temos que utilizar conceitos de probabilidade condicional (Casella e Berger, 2002 – pág.20 a 23)

Item I – Verdadeiro – $P(Y \cap A) = P(Y / A).P(A) = 0{,}84 \, . \, 0{,}8 = 0{,}672$

Item II – Verdadeiro – $P(X \cap A) = P(X / A).P(A) = 0{,}16 \, . \, 0{,}8 = 0{,}128$

Para solucionar os itens III e IV temos que utilizar os valores encontrados nos itens I e II e calcular a seguinte razão:
Razão Y/X = 0,672/0,128 = 5,25
Item III – Falso
Item IV – Verdadeiro

70) Em um determinado treinamento, a acurácia pede que o soldado acerte um tiro no círculo de menor diâmetro e, em seguida, realize n disparos até que 1 destes tiros tenha até 1 cm de distância do primeiro. Dado que o soldado da situação-problema irá realizar este procedimento, a esperança do número de disparos realizados para executar a tarefa é

a) 25.
b) 50.
c) 100.
d) 125.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

Tc = Tiro certeiro = A_{Tc} = $\pi . r_{Tc}^2 = \pi . 1^2 = \pi$ cm

Área Alvo = $A_y = 84\pi$ cm

Para calcular as probabilidades solicitadas primeiramente devemos utilizar conceitos descritos a respeito de definição de probabilidades: (Casella e Berger, 2002 – pág. 7 a 9)

$P(A) = 0{,}8$

Área de X = $\pi . r_x^2 = \pi . 4^2 = 16\pi$

Área de Y = $\pi . r_y^2 - A_x = \pi . 10^2 - 16\pi = 84\pi$

$A_x + A_y = 16\pi + 84\pi = 100\pi$ então:

$A_{Tc} = \pi / 100\pi = 1\%$

Para solução deste quesito devemos utilizar conceitos de probabilidade condicional (Casella e Berger, 2002 – pág.20 a 23)

$P(T_c \cap A) = P(T_c / A).P(A) = 0{,}0{,}1 \, . \, 0{,}8 = 0{,}008$

Acerto certeiro A_c = $T_c \cap A$

$P(A_c) = P(T_c \cap A) = 0{,}008$

A_c é uma distribuição geométrica com esperança dada por 1/p. (Casella e Berger, 2002 – pág.97)
Então $E(A_c)$ = 1/0,008 = 125

71) Analise as afirmativas a seguir sobre o teste de hipótese.

I. O poder de um teste é o complementar da probabilidade do erro tipo II.
II. O erro tipo II é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula dado que ela é falsa.
III. O erro tipo I é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula dado que ela é verdadeira.
IV. O poder do teste é igual à probabilidade de rejeitar a hipótese nula, dado um valor qualquer para o parâmetro, especificado ou não pela hipótese alternativa.

Estão **corretas** somente as afirmativas

a) I e III.
b) II e III.
c) I, III e IV.
d) II, III e IV.

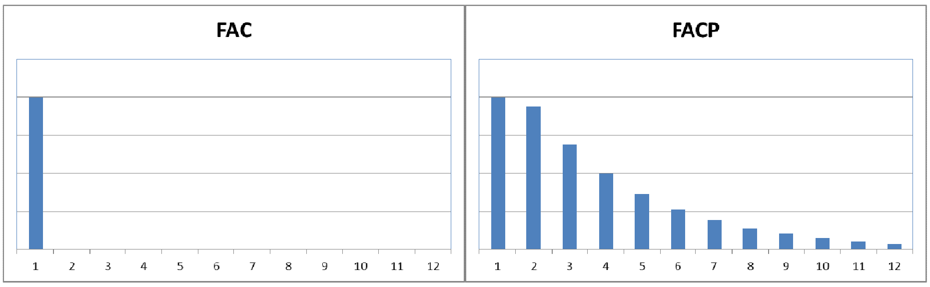
JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Para resolução dos itens I a IV devemos utilizar o conceito de Erros de Decisão (Morettin, 2000 – pág.75 a 77) onde:

$$P(\text{Erro Tipo I}) = P(\text{rejeitar } H_0/H_0 \text{ Verdadeiro}) = \alpha$$
$$P(\text{Erro Tipo II}) = P(\text{não rejeitar } H_0/H_0 \text{ Falso}) = \beta$$
$$P(\text{Poder Teste}) = P(\text{rejeitar } H_0/H_0 \text{ Falso}) = 1 - \beta$$

I. Verdadeiro. De acordo com as probabilidades acima enunciadas.
II. Falso. O erro tipo II é definido como $P(\text{não rejeitar } H_0/H_0 \text{ Falso})$.
III. Verdadeiro. O erro tipo I é definido como $P(\text{rejeitar } H_0/H_0 \text{ Falso})$.
IV. Verdadeiro. De acordo com as probabilidades acima enunciadas.

72) A seguir, os gráficos de autocorrelação e autocorrelação parcial de um modelo Box-Jenkins ARMA, com o erro aleatório sendo um ruído branco e o módulo dos coeficientes da defasagem da série menor que 1.



Com base nas informações dos gráficos, analise as afirmativas.

I. Representam modelos autorregressivos.
II. Representam modelos de médias móveis.
III. Representam modelos estacionários.
IV. Representam modelos invertíveis.

Estão **corretas** somente as afirmativas

a) I e III.
b) I e IV.
c) II e III.
d) II e IV.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Utilizando técnicas para identificar modelos ARMA (Morettin e Toloi, 2006 – pág.150 e 151) observando os gráficos de FAC e FACP, os modelos ARMA a que se referem é um ARMA(0,1) ou Média Móveis de Ordem 1.

O modelo MA(1) é sempre estacionário, mas é invertível somente quando os coeficientes de defasagem forem menor que 1. (Morettin e Toloi, 2006 – pág.121)

73) Em um determinado posto de atendimento de coleta de sangue, o número de coletas realizadas por dia segue o modelo de distribuição de Poisson, com média de 1/2 coleta/hora.

Com base nestas informações, o desvio-padrão é igual a

a) 0,25.
b) 0,5.
c) 2.
d) 4.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA A)

Utilizando características da distribuição Poisson (Ross, 1994 – pág.159 e 160), e considerando X uma variável aleatória que segue uma distribuição Poisson com parâmetro λ, temos as seguintes propriedades:

$E(X)=\lambda$ e $Var(X)=\lambda$.

Com base nisto o desvio padrão da variável apresentada é:

$$DP(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{\lambda}=\sqrt{0{,}5}=0{,}25$$

74) Num determinado aeroporto, o tempo gasto para se fazer um *check-in* “apresentação do passageiro à companhia aérea” segue uma distribuição uniforme, com o intervalo de 10 a 20 minutos. Qual a probabilidade do tempo gasto por um passageiro ser maior que a média mais 1 do desvio-padrão?

a) $\frac{(3-\sqrt{3})}{3}$

b) $\frac{(5-\sqrt{3})}{3}$

c) $\frac{(3-\sqrt{3})}{6}$

d) $\frac{(5-\sqrt{3})}{5}$

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Utilizando características da distribuição Uniforme Contínua (Ross, 1994 – pág. 207 e 208) e considerando X uma variável aleatória que segue esta distribuição temos:

Se X segue uma distribuição Uniforme (a, b) com $E(X)=\frac{a+b}{2}$ e $Var(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$.

Utilizando as propriedades da distribuição do enunciado acima temos que:

$$E(X)=\frac{a+b}{2}=\frac{30}{2}=15$$

$$DP(X)=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}=\frac{(b-a)}{2\sqrt{3}}=\frac{(20-10)}{2\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5.\sqrt{3}}{3}$$

A partir deste resultado calculamos a probabilidade solicitada:

$$P\left(X>15+\frac{5.\sqrt{3}}{3}\right)=P\left(X>15+\frac{5.\sqrt{3}}{3}\right)=\left(20-15-\frac{5.\sqrt{3}}{3}\right)\Big/10=\frac{15-5\sqrt{3}}{30}=\frac{(3-\sqrt{3})}{6}$$

As questões 75 e 76 referem-se ao texto a seguir.

Uma urna contém 3 bolas amarelas, 4 bolas brancas e 2 bolas pretas e retiram-se 2 bolas com reposição. Sejam X e Y variáveis aleatórias onde: X= 1 se a primeira bola retirada for Amarela e X= 0 caso contrário e Y= 1 se a segunda bola retirada for Branca, Y= 2 se a segunda bola retirada for Preta e Y= 0 caso contrário.

75) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

As variáveis X e Y representam uma distribuição conjunta da qual o valor da esperança marginal de X vale _____ e variância marginal de Y vale _____.

a) 8/9 – 32/81
b) 8/9 – 8/81
c) 1/3 – 44/81
d) 1/3 – 50/81

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

A partir dos dados fornecidos podemos definir a distribuição conjunta de X e Y como:

Y \ X	0	1	Total
0	2/9	1/9	1/3
1	8/27	4/27	4/9
2	4/27	2/27	2/9
Total	2/3	1/3	1

Para resolução dos itens utilizaremos os cálculos da probabilidade marginal das variáveis X e Y (Morettin, 1999 – pág. 55 e 56) e o cálculo de esperança e variância (Morettin, 1999 – pág.45 e 50).

I. $E[X] = 0.\frac{2}{3} + 1.\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

II. $E[Y] = 0.\frac{1}{3} + 1.\frac{4}{9} + 2.\frac{2}{9} = \frac{8}{9}$

$E[Y^2] = 0^2.\frac{1}{3} + 1^2.\frac{4}{9} + 2^2.\frac{2}{9} = \frac{12}{9}$

$$Var[Y] = E[Y^2] - E[Y]^2 = \frac{12}{9} - \left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{108-64}{81} = \frac{44}{81}$$

76) Relacione as colunas e marque a alternativa que apresenta a sequência **correta**. (Algumas letras não serão usadas.)

(A) 11/9
(B) 0
(C) 1/3
(D) 62/81
(E) 8/9
(F) 26/81
(G) 16/81

( ) Esperança de X.
( ) Variância de X – Y.
( ) Variância de X + Y.
( ) Correlação entre X e Y.

a) C – D – D – B
b) A – F – D – G
c) C – F – A – G
d) E – G – B – F

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA A)

Para resolução do item I utilizaremos o cálculo de esperança (Morettin, 1999 – pág. 45) utilizando a probabilidade marginal de X.

I. $E[X] = 0.\frac{2}{3} + 1.\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

Para resolução dos itens II e III utilizaremos propriedades de variância e covariância (Morettin, 1999 – pág.52 e 53) utilizando a probabilidade marginal de X e Y.

II. $E\left[X^2\right]=0^2.\frac{2}{3}+1^2.\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$

$$Var\left[X\right]=E[X^2]-E\left[X\right]^2=\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{3-1}{9}=\frac{2}{9}$$

$$Var\left[Y\right]=E[Y^2]-E\left[Y\right]^2=\frac{12}{9}-\left(\frac{8}{9}\right)^2=\frac{108-64}{81}=\frac{44}{81}$$

$$E\left[X.Y\right]=0.\frac{2}{9}+0.\frac{1}{9}+0.\frac{8}{27}+1.\frac{4}{27}+0.\frac{4}{27}+2.\frac{2}{27}=\frac{4}{27}+\frac{4}{27}=\frac{8}{27}$$

$$Cov\left[X,Y\right]=E[X,Y]-E\left[X\right]E\left[Y\right]=\frac{8}{27}-\frac{1}{3}.\frac{8}{9}=\frac{8-8}{27}=0$$

$$Var\left[X-Y\right]=Var[X]+Var[Y]-2Cov[X,Y]=\frac{2}{9}+\frac{44}{81}=\frac{18+44}{81}=\frac{62}{81}$$

III. $Var\left[X+Y\right]=Var[X]+Var[Y]+2Cov[X,Y]=\frac{2}{9}+\frac{44}{81}=\frac{18+44}{81}=\frac{62}{81}$

Para resolução do item IV utilizaremos a definição de correlação entre duas variáveis (Morettin, 1999 – pág. 64):

IV. $Corr\left[X,Y\right]=\frac{Cov\left[X,Y\right]}{\sqrt{Var[X].Var[Y]}}=\frac{0}{\sqrt{Var[X].Var[Y]}}=0$

77) Preencha as lacunas abaixo e, em seguida, assinale a alternativa **correta**.

Em uma pesquisa eleitoral, utilizando uma amostra aleatória de tamanho 50, estimou-se que a probabilidade dos eleitores votarem em certo candidato era de 50%, com uma margem de erro de $\pm 2\%$ e com nível confiança de 99%. Com um tamanho de amostra de _____ pessoas, reduzir-se-ia a margem de erro pela metade, com o mesmo nível.

a) 100
b) 125
c) 150
d) 200

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

Considerando o tamanho de amostra para proporção (Magalhães e Lima, 2002 – pág.233) temos:

$$n=\left(Z_{\alpha/2}.\frac{\sqrt{\hat{p}.(1-\hat{p})}}{e}\right)^2$$

Calculando dois tamanhos de amostra para diferentes margens de erro:

$$n_{ini}=\left(Z_{\alpha/2}.\frac{\sqrt{0,5\,.\,0,5}}{e}\right)^2\rightarrow n_{ini}=Z_{\alpha/2}^2.\left(\frac{1}{2.e}\right)^2=\frac{Z_{\alpha/2}^2.}{4e^2}$$

$$n_{fim}=\left(Z_{\alpha/2}.\frac{\sqrt{0,5\,.\,0,5}}{(e/2)}\right)^2\rightarrow n_{fim}=Z_{\alpha/2}^2.\left(\frac{1}{2.(e/2)}\right)^2=Z_{\alpha/2}^2.\left(\frac{1}{e}\right)^2=\frac{Z_{\alpha/2}^2}{e^2}$$

Fazendo a razão entre os tamanhos de amostra e calculando o tamanho de amostra com redução da margem de erro.

$\frac{n_{fim}}{n_{ini}}=\frac{Z_{\alpha/2}^2/e^2}{Z_{\alpha/2}^2/4e^2}=\frac{4e^2}{e^2}=4$ n_{ini} = 50 então n_{fim} = 4.n_{ini} = 4.50 = 200

78) Em certa cidade, acredita-se que a distribuição dos 4 tipos sanguíneos (A, B, AB e O) siga uma distribuição uniforme discreta. Para testar esta tese, foi realizada uma pesquisa com 120 pessoas da qual constatou-se que 20% era do tipo A, 25% do tipo B, 25% do tipo AB e 30% do tipo O. Definiu-se em realizar um teste qui-quadrado de aderência e a distribuição uniforme discreta inicialmente apresentada era adequada. O valor da estatística qui-quadrado proposta é de

a) 0,6.
b) 1,2.
c) 2,4.
d) 4,8.

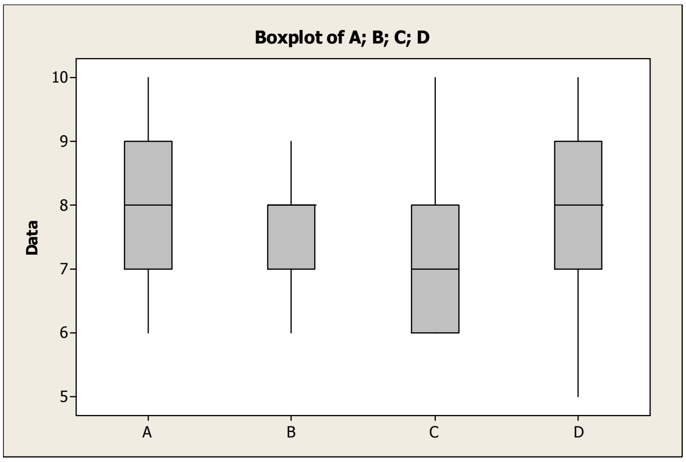
JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

O cálculo da aderência da distribuição com os valores observados é realizado calculando o seguinte score qui-quadrado: (Magalhães e Lima, 2002 – pág. 268)

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E} = \frac{(24-30)^2}{30} + \frac{(30-30)^2}{30} + \frac{(30-30)^2}{30} + \frac{(36-30)^2}{30} =$$

$$\chi^2 = \frac{36+36}{30} = 2{,}4$$

79) Foi utilizado um diagrama de caixas (Box-plot) para resumir informações de 4 grupos A, B, C e D, onde cada grupo dispunha de 12 elementos conforme apresentado a seguir.



Com base nas informações do gráfico, analise as afirmativas.

I. O grupo B tem distribuição simétrica.
II. O valor mínimo dos valores é observado no grupo C.
III. A distribuição de valores do grupo C é assimétrica negativa.
IV. A distribuição de valores do grupo D é assimétrica negativa.
V. As amplitudes dos grupos A e C são iguais.

Estão **corretas** apenas as afirmativas

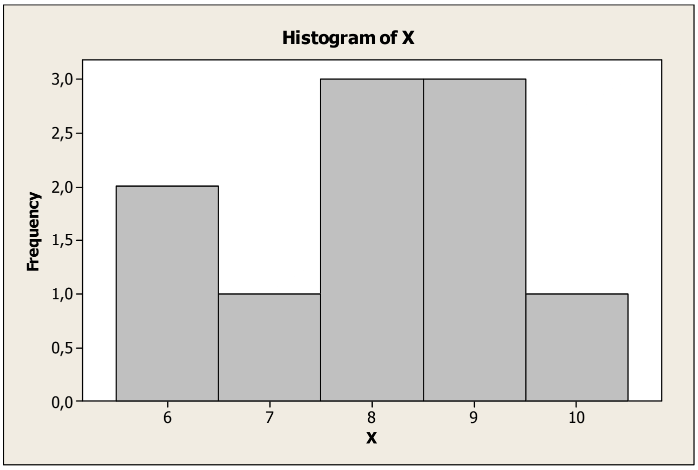
a) I, II e IV.
b) I, III e V.
c) III, e V.
d) IV e V.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA D)

Para resolução dos itens I a V deve ser utilizado conceitos de assimetria (Triola, 2008 – pág. 70) e representação através do Diagrama de Caixas (Box-Plot) (Triola, 2008 – pág.98 a 102).

I. Falso. Mediana do grupo B = 1º Quartil ou 3º Quartil mostrando ser uma distribuição assimétrica.
II. Falso. O valor mínimo (5) encontra-se no grupo D.
III. Falso. A distribuição do grupo C é assimétrica positiva: Média > Mediana
IV. Verdadeiro. A distribuição do grupo D é assimétrica negativa: Média < Mediana
V. Verdadeiro. A amplitude dos grupos A e C é igual a 4.

80) Uma amostra aleatória de uma variável aleatória discreta X é apresentada abaixo. Observe.



Com base no gráfico, a variância amostral da variável X é

a) 1/2.

b) 5/3.

c) 8/5.

d) 16/9.

JUSTIFICATIVA DA ALTERNATIVA CORRETA: (LETRA C)

Para resolução desta questão devemos primeiramente utilizar conhecimentos à base de histograma e frequência relativa (Triola, 2008 – pág. 42) de histograma de probabilidades (Triola, 2008 – pág.162 e 163) para construir uma tabela com probabilidades:

X	6	7	8	9	10
Frequência	2	1	3	3	1
Probabilidade	1/5	1/10	3/10	3/10	1/10

Devemos relacionar a tabela de probabilidades com cálculos de esperanças e variância (Triola, pág.163 e 164):

$$E[X] = 6.\frac{1}{5} + 7.\frac{1}{10} + 8.\frac{3}{10} + 9.\frac{3}{10} + 10.\frac{1}{10} = \frac{12+7+24+27+10}{10} = \frac{80}{10} = 8$$

$$E[X^2] = 6^2.\frac{1}{5} + 7^2.\frac{1}{10} + 8^2.\frac{3}{10} + 9^2.\frac{3}{10} + 10^2.\frac{1}{10} = \frac{72+49+192+243+100}{10} = \frac{656}{10} = 65{,}6$$

$Var[X] = E[X^2] - E[X]^2 = 65{,}6 - 8^2 = 1{,}6$ ou 8/5