UNICAMP
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO
COMISSÃO PERMANENTE PARA OS VESTIBULARES

Vestibular Nacional Unicamp 1998

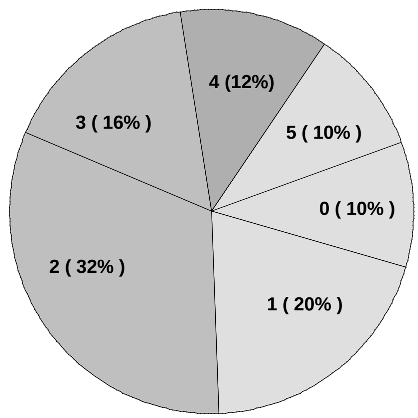
2ª Fase - 14 de Janeiro de 1998

Matemática

MATEMÁTICA

Atenção: Escreva a resolução COMPLETA de cada questão nos espaços reservados para as mesmas.

1. O gráfico abaixo, em forma de pizza, representa as notas obtidas em uma questão pelos 32.000 candidatos presentes à primeira fase de uma prova de vestibular. Ele mostra, por exemplo, que 32% desses candidatos tiveram nota 2 nessa questão.



Pergunta-se:

a) Quantos candidatos tiveram nota 3 ?
b) É possível afirmar que a nota média, nessa questão, foi ≤ 2? Justifique sua resposta.

2. Dois estudantes, **A** e **B**, receberam Bolsas de Iniciação Científica de mesmo valor. No final do mês, o estudante **A** havia gasto 4/5 do total de sua Bolsa, o estudante **B** havia gasto 5/6 do total de sua Bolsa sendo que o estudante **A** ficou com R$8,00 a mais que o estudante **B**.

a) Qual era o valor da Bolsa?
b) Quantos reais economizou cada um dos estudantes, naquele mês?

3. O quadrilátero formado unindo-se os pontos médios dos lados de um quadrado é também um quadrado.

a) Faça uma figura e justifique a afirmação acima.
b) Supondo que a área do quadrado menor seja de $72\,cm^2$, calcule o comprimento do lado do quadrado maior.

4. O preço unitário de um produto é dado por:

$$p = \frac{k}{n} + 10, \qquad \text{para } n \geq 1$$

onde k é uma constante e n é o número de unidades adquiridas.

a) Encontre o valor da constante k, sabendo-se que quando foram adquiridas 10 unidades, o preço unitário foi de R$19,00.
b) Com R$590,00, quantas unidades do referido produto podem ser adquiridas?

5.
a) De quantas maneiras é possível distribuir 20 bolas iguais entre 3 crianças de modo que cada uma delas receba, pelo menos, 5 bolas?
b) Supondo que essa distribuição seja aleatória, qual a probabilidade de uma delas receber exatamente 9 bolas ?

6. Os lados de um triângulo medem 5, 12 e 13 cm.
a) Calcule a área desse triângulo.
b) Encontre o raio da circunferência inscrita nesse triângulo.

7. Considere uma progressão geométrica de termos não-nulos, na qual cada termo, a partir do terceiro, é igual à soma dos dois termos imediatamente anteriores.

a) Calcule os dois valores possíveis para a razão q dessa progressão.
b) Supondo que o primeiro termo seja $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ e $q > 0$, calcule a soma dos três primeiros termos dessa progressão.

8. Dada a função $f(x) = \log_{10} \frac{2x+4}{3x}$, encontre:
a) O valor de x para o qual $f(x) = 1$.
b) Os valores de $x \quad R$ para os quais $f(x)$ é um número real menor que 1.

9.
a) Encontre as constantes a, b, e c de modo que o gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ passe pelos pontos $(1,10)$, $(-2,-8)$ e $(3,12)$.
b) Faça o gráfico da função obtida no item **a**, destacando seus pontos principais.

10.
a) Encontre todos os valores reais de x para os quais $-1 \leq \frac{x^2+4}{4x} \leq 1$.
b) Encontre todos os valores reais de x e y satisfazendo $x^2 + 4x\cos y + 4 = 0$.

11. Se $z = x + iy$ é um número complexo, o número real *x* é chamado *parte real de z* e é indicado por $\text{Re}(z)$, ou seja, $\text{Re}(x + iy) = x$.

a) Mostre que o conjunto dos pontos (x, y) que satisfazem à equação $\text{Re}\left(\dfrac{z + 2i}{z - 2}\right) = \dfrac{1}{2}$, ao qual se acrescenta o ponto $(2,0)$, é uma circunferência.

b) Ache a equação da reta que passa pelo ponto $(-2,0)$ e é tangente àquela circunferência.

12.

a) Qual é o valor de λ na equação: $z^3 - 5z^2 + 8z - \lambda = 0$ de modo que $z = 3$ seja uma raiz dessa equação?

b) Para esse valor de λ, ache as três raízes z_1, z_2, z_3 dessa equação.

c) Ache o volume do sólido obtido quando a região triangular cujos vértices são os pontos z_1, z_2, z_3 gira em torno da reta de equação $x = 1$.