



UNICAMP

PRÓ-RETORIA DE GRADUAÇÃO
COMISSÃO PERMANENTE PARA OS VESTIBULARES

Vestibular Nacional Unicamp 1999

Provas da 2^a Fase

Matemática

MATEMÁTICA

ATENÇÃO: Escreva a resolução **COMPLETA** de cada questão no espaço reservado para a mesma. Não basta escrever apenas o resultado final: é necessário mostrar os cálculos ou o raciocínio utilizado.

1. A troposfera, que é a primeira camada da atmosfera, estende-se do nível do mar até a altitude de 40.000 pés; nela, a temperatura diminui 2°C a cada aumento de 1.000 pés na altitude. Suponha que em um ponto **A**, situado ao nível do mar, a temperatura seja de 20°C . Pergunta-se:

- a) Em que altitude, acima do ponto **A**, a temperatura é de 0°C ?
- b) Qual é a temperatura a 35.000 pés acima do mesmo ponto **A**?

2. Uma pessoa investiu R\$ 3.000,00 em ações. No primeiro mês ela perdeu 40% do total investido e no segundo mês ela recuperou 30% do que havia perdido.

- a) Com quantos reais ela ficou após os dois meses?
- b) Qual foi seu prejuízo após os dois meses, em porcentagem, sobre o valor do investimento inicial?

3. Um trapézio retângulo é um quadrilátero convexo plano que possui dois ângulos retos, um ângulo agudo e um ângulo obtuso. Suponha que, em um tal trapézio, a medida de seja igual a cinco vezes a medida de .

- a) Calcule a medida de , em graus.
- b) Mostre que o ângulo formado pelas bissetrizes de e é reto.

4. Em uma festa para calouros estão presentes 250 calouros e 350 calouras. Para dançar, cada calouro escolhe uma caloura ao acaso formando um par. Pergunta-se:

- a) Quantos pares podem ser formados?
- b) Qual a probabilidade de que uma determinada caloura não esteja dançando no momento em que todos os 250 calouros estão dançando?

5. Uma reta intersecciona nos pontos **A** (3,4) e **B** (-4,3) uma circunferência centrada na origem.

- a) Qual é o raio dessa circunferência?
- b) Calcule a área do quadrilátero cujos vértices são os pontos **A** e **B** e seus simétricos em relação à origem.

6. Considere a função: $S(x) = 1 + 2\text{sen } x + 4(\text{sen } x)^2 + 8(\text{sen } x)^3$ para $x \in \mathbf{R}$.

- a) Calcule $S\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

b) Resolva a equação: $S(x) = 0$, para $x \in [-2, 2]$.

7. Dado um número complexo $z = x + iy$, o seu conjugado é o número complexo $\bar{z} = x - iy$.

a) Resolva as equações: $z \cdot \bar{z} = 4$ e $(\bar{z})^2 = z^2$.

b) Ache os pontos de intersecção dos lugares geométricos que representam as soluções dessas equações.

8. Considere as matrizes:

$$M = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) Calcule o determinante de M e a matriz inversa de M .

b) Resolva o sistema $MX = Y$.

9. Sejam A, B e C pontos de uma circunferência tais que $\overline{AB} = 2$ km, $\overline{BC} = 1$ km e a medida do ângulo \widehat{ABC} seja de 135° .

a) Calcule o raio dessa circunferência.

b) Calcule a área do triângulo ABC .

10. Suponha que o preço de um automóvel tenha uma desvalorização média de 19% ao ano sobre o preço do ano anterior. Se F representa o preço inicial (preço de fábrica) e $p(t)$, o preço após t anos, pede-se:

a) a expressão para $p(t)$;

b) o tempo mínimo necessário, em número inteiro de anos, após a saída da fábrica, para que um automóvel venha a valer menos que 5% do valor inicial. Se necessário, use: $\log 2 \approx 0,301$ e $\log 3 \approx 0,477$.

11. Cada aresta de um tetraedro regular mede 6 cm. Para este tetraedro, calcule:

a) a distância entre duas arestas opostas, isto é, entre duas arestas que não têm ponto comum;

b) o raio da esfera inscrita no tetraedro.

12.

a) Resolva a equação: $x^4 - 5x - 6 = 0$.

b) Mostre que, se a e b são números reais e se não são ambos nulos, então as raízes da equação $x^4 + ax + b = 0$ não podem ser todas reais.