MATEMÁTICA

1. Uma folha retangular de cartolina mede 35 cm de largura por 75 cm de comprimento. Dos quatro cantos da folha são cortados quatro quadrados iguais, sendo que o lado de cada um desses quadrados mede x cm de comprimento.
a) Calcule a área do retângulo inicial.
b) Calcule x de modo que a área da figura obtida, após o corte dos quatro cantos, seja igual a 1.725 cm^2.

2.
a) Quais são o quociente e o resto da divisão de 3785 por 17?
b) Qual o menor número natural, maior que 3785, que é múltiplo de 17?

3. Na expressão $m = a + 3b - 2c$ as letras a, b e c só podem assumir os valores 0, 1 ou 2.
a) Qual o valor de m para $a = 1$, $b = 1$ e $c = 2$?
b) Qual o maior valor possível para m ?
c) Determine a, b e c de modo que $m = -4$.

4. Após ter corrido 2/7 de um percurso e, em seguida, caminhado 5/11 do mesmo percurso um atleta verificou que ainda faltavam 600 metros para o final do percurso.
a) Qual o comprimento total do precurso?
b) Quantos metros o atleta havia corrido?
c) Quantos metros o atleta havia caminhado?

5. Para um conjunto $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ a *média aritmética de X* é definida por:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4}$$

e a *variância de X* é definida por:

$$v = \frac{1}{4}[(x_1 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_4 - \overline{x})^2]$$

Dado o conjunto $X = \{2, 5, 8, 9\}$, pede-se:
a) Calcular a média aritmética de X.
b) Calcular a variância de X.
c) Quais elementos de X pertencem ao intervalo $[\overline{\boldsymbol{x}} - \sqrt{\boldsymbol{v}}, \overline{\boldsymbol{x}} + \sqrt{\boldsymbol{v}}]$?

6. Sejam A, B, C e D os vértices de um quadrado de lado a = 10cm; sejam ainda E e F pontos nos lados AD e DC, respectivamente, de modo que BEF seja um triângulo equilátero.
a) Qual o comprimento do lado desse triângulo?
a) Calcule a área do mesmo.

7. Uma elípse que passa pelo ponto (0,3) tem seus focos nos pontos (-4,0) e (4,0). O ponto (0,-3) é interior, exterior ou pertence à elípse? Mesma pergunta para o ponto (5/2,13/5). Justifique suas respostas.

8. Resolva o sistema:

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4 \\ xy = 8 \end{cases}$$

9. Seja $p(x) = \det \begin{pmatrix} a-x & 0 & b \\ 0 & 2-x & c \\ b & 0 & d-x \end{pmatrix}$ onde a, b, c e d são números reais.

a) Mostre que x = 2 é uma raíz do polinômio p(x).
b) Mostre que as outras duas raízes de p(x) também são reais.
c) Quais as condições sobre a,b,c e d para que p(x) tenha uma raíz dupla, $x \neq 2$?

10. Ache todos os valores de x, no intervalo $[0, 2\pi]$, para os quais

$$\operatorname{sen} x + \cos x = \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{2}}$$

11. Um tetraedro regular, cujas arestas medem 9 cm de comprimento, tem vértices nos pontos A, B, C e D. Um plano paralelo ao plano que contém a face BCD encontra as arestas AB, AC e AD, respectivamente, nos pontos R, S e T.
a) Calcule a altura do tetraedro ABCD.
b) Mostre que o sólido ARST também é um tetraedro regular.
c) Se o plano que contém os pontos R, S e T dista 2 centímetros do plano da face BCD, calcule o comprimento das arestas do tetraedro ARST.

12. Encontre os valores inteiros de m para os quais a equação $x^3 - mx^2 + mx - m^2 = 1$ tem pelo menos uma raíz inteira. Para cada um desses valores de m, ache as 3 raízes das equações (do terceiro grau) correspondentes.