SISTEMA
ACAFE

# Vestibular de VERÃO 2018

## Edital N. 02/2017/ACAFE
## 19/11/2017

exceto MEDICINA

OUTROS CURSOS

## Instruções

**1**. Confira se o nome impresso no Cartão Resposta corresponde ao seu, e se as demais informações estão corretas. Caso haja qualquer irregularidade, comunique imediatamente ao fiscal. Assine no local indicado.

**2**. Verifique se o número de inscrição constante da Folha de Redação Personalizada está correto. Em caso de divergência, notifique imediatamente o fiscal.

**3**. A prova é composta por 01 (uma) redação e 63 (sessenta e três) questões objetivas, de múltipla escolha, com 04 (quatro) alternativas de resposta - A, B, C, D - das quais, somente 01 (uma) deverá ser assinalada como correta. Confira a impressão e o número das páginas do Caderno de Questões. Caso necessário solicite um novo caderno.

**4**. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas para o Cartão Resposta utilizando caneta esferográfica, tubo transparente, com tinta indelével, de cor azul ou preta.

**5**. Não serão prestados quaisquer esclarecimentos sobre as questões das provas durante a sua realização. O candidato poderá se for o caso, interpor recurso no prazo definido pelo Edital.

**6**. O texto produzido deverá ser transcrito na íntegra para a Folha de Redação Personalizada com caneta esferográfica, tubo transparente, com tinta indelével, de cor azul ou preta.

**7**. O Cartão Resposta e a Folha de Redação Personalizada não serão substituídos em caso de marcação errada ou rasura.

**8**. Não será permitido ao candidato manter em seu poder qualquer tipo de equipamento eletrônico ou de comunicação (telefones celulares, gravador, *smartphones, scanner, tablets, ipod,* qualquer receptor ou transmissor de dados e mensagens, bipe, agenda eletrônica, *notebook, palmtop*, *pen-drive*, walkman, máquina de calcular, máquina fotográfica, controle de alarme (nenhum tipo), relógio de qualquer espécie, braceletes, etc.), mesmo que desligado devendo ser colocados **OBRIGATORIAMENTE** no saco plástico. Caso essa exigência seja descumprida, o candidato será excluído do concurso.

**9**. Todo material deve ser acomodado em local a ser indicado pelos fiscais de sala de prova.

**10**.Também não será permitida qualquer tipo de consulta (livros, revistas, apostilas, resumos, dicionários, cadernos, anotações, réguas de cálculo, etc.), ou uso de óculos escuros, protetor auricular ou quaisquer acessórios de chapelaria (chapéu, boné, gorro, lenço ou similares), ou o porte de qualquer arma. O não cumprimento dessas exigências implicará na eliminação do candidato.

**11**. Somente será permitida a sua retirada da sala após quatro horas do início da prova que terá, no máximo, cinco horas de duração. Os três últimos candidatos deverão permanecer em sala até que todos concluam a prova e possam sair juntos.

**12**. O tempo de resolução das questões, incluindo o tempo de transcrição para o Cartão Resposta e Folha de Redação Personalizados é de 5 horas.

**13**. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova.

**14**. Aguarde autorização para entregar o Caderno de Questões, o Cartão Resposta e Folha de Redação Personalizada.

Diante de qualquer dúvida você deve comunicar-se com o fiscal.

**DURAÇÃO DA PROVA: 5 horas**

# MATEMÁTICA

**22)** Analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa que contém todas as **corretas**.

| | |
|---|---|
| **I** | *A distância entre as retas paralelas r:* ***x – 3y + 6 = 0*** *e s:* ***2x – 6y + 7 = 0 é*** $\frac{\sqrt{10}}{4}$. |
| **II** | *Para que os pontos A (- 1,2), B (3,1) e C (7,k) são colineares, o valor de k é 2.* |
| **III** | *Numa confeitaria existem apenas quatro tipos diferentes de doces. Uma pessoa que deseja comprar cinco doces nessa confeitaria poderá fazê-lo de, exatamente, 1024 modos distintos.* |
| **IV** | *A soma de dois números irracionais pode resultar em um número racional.* |
| **V** | *A soma das coordenadas do baricentro do triângulo ABC em que M (-1,5), N (2,1) e P (5,6) são os pontos médios dos seus lados é 6.* |

**A** $\Rightarrow$ IV - V
**B** $\Rightarrow$ III - V
**C** $\Rightarrow$ I - IV - V

**Alternativa correta.**
**Afirmação I correta:**
Como as retas são paralelas, vamos encontrar um ponto qualquer pertencente a reta de equação x-3y+6=0 e calcular a distancia desse ponto até a reta de equação 2x-6y+7=0.
Um possível ponto será A(0,2).

Para calcular a distância do ponto até a reta, utilizaremos a seguinte fórmula:

$$d_{p,r} = \frac{|ax_o + by_o + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Substituindo convenientemente, teremos:

$$d_{p,r} = \frac{|2(x_o) - 6(y_o) + 7|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2}}$$

$$d_{p,r} = \frac{|2(x_o) - 6(y_o) + 7|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2}}$$

$$d_{p,r} = \frac{|2(0) - 6(2) + 7|}{\sqrt{2^2 + (-6)^2}}$$

$$d_{p,r} = \frac{|-5|}{\sqrt{40}}$$

$$d_{p,r} = \frac{5}{2\sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{20} = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

**Afirmação II incorreta:**

Com as coordenadas dos pontos A e B podemos encontrar a equação da reta que passa por A e B.
A equação será:

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{4}$$

Ao substituirmos as coordenadas de C na equação da reta, encontraremos o valor de k.

$$k = -\frac{1}{4} \cdot 7 + \frac{7}{4} \Rightarrow k = 0$$

**Afirmação III incorreta:**

Trata-se de um problema de permutação com elementos repetidos. Fazendo uma permutação de 8 elementos com 5 repetições de um elemento e 3 repetições de outro, teríamos:

$$P_8^{3,5} = \frac{8!}{3!.5!} = \frac{8.7.6}{3!} = 56$$

Portanto, são 56 possibilidades distintas.

**Afirmação IV correta:**

*Uma possibilidade é* $-\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$ .

**Afirmação V correta:** As coordenadas do baricentro podem ser encontradas fazendo uma média entre as coordenadas dos pontos médios.

$$X_{Baricentro} = \frac{-1+2+5}{3} = 2$$

$$Y_{Baricentro} = \frac{5+1+6}{3} = 4$$

Logo o baricentro é o ponto (2,4) e a soma de suas coordenadas é 6.

**D** $\Rightarrow$ I - II - III

==========================================================================

**23)** Analise as afirmações a seguir e assinale a alternativa que contém todas as **corretas**.

**I** *Mariana faz uma aplicação de R$ 2.000,00 sob regime de juros simples e Paulo faz uma aplicação de igual valor, porém, sob o regime de juros compostos. Se ambos utilizaram a mesma taxa* $i$ *, é correto afirmar que para qualquer período desse investimento será mais vantajosa a aplicação de Paulo.*

**II** *A soma dos múltiplos de nove compreendidos entre 200 e 20000 é 22.225.500.*

**III** *Uma palavra possui cinco letras distintas, uma delas é a letra Y. Então o número total de anagramas que terminam com a letra Y é 24.*

**IV** *Duas retas no espaço não têm ponto em comum. Então, somente podem ser retas paralelas.*

**A** $\Rightarrow$ I - II - III

**B** $\Rightarrow$ II - III - IV

**C** $\Rightarrow$ II - III

**Alternativa correta.**

**Afirmação I incorreta:**

No regime de capitalização a juros simples temos um crescimento linear enquanto que no regime de capitalização a juros compostos temos um crescimento exponencial. Desde a aplicação do valor de R$ 2.000,00 até o primeiro período do rendimento, a aplicação em regime de juros simples será mais vantajosa. Para os demais períodos a aplicação em regime de juros compostos será mais vantajosa.

**Afirmação II correta:** Podemos verificar que os múltiplos de 9 formarão uma progressão aritmética.

Dessa forma, podemos encontrar a soma dos n primeiros termos da progressão aritmética usando $S_n = \frac{(a_1+a_n).n}{2}$

Como $a_1 = 207$ e $a_n = 19998$ basta utilizar o termo geral da progressão aritmética para encontrar o valor de n:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$
$$19998 = 207 + (n-1).9$$
$$19998 - 207 = 9n - 9$$
$$19791 = 9n - 9$$
$$19800 = 9n$$
$$n = 2200$$

Fazendo a soma:

$$S_{2200} = \frac{(207 + 19998).2200}{2}$$
$$S_{2200} = 22.225.500$$

Portanto a soma dos múltiplos de 9 que estão no intervalo pedido é 22.225.500.

**Afirmação III correta:**
Fixando a letra Y na última posição basta fazer uma permutação de quatro elementos:
$P_4 = 24$

**Afirmação IV incorreta:**
As retas podem ser reversas.

**D** ⇒ III - IV

================================================================================

**24)** Uma caixa d'água em formato cúbico tem a capacidade de armazenar 8000 litros de água. Devido a problemas nessa caixa d'água, foi realizada a troca por outra em formato de prisma hexagonal regular. Sabendo que altura e a capacidade das duas caixas não se alteraram, qual o perímetro da base desse novo reservatório?
Considere $\sqrt[4]{12} = 1,86$.

**A** ⇒ 4,54 metros.
**B** ⇒ 6,44 metros.
**C** ⇒ 8,54 metros.
**D** ⇒ 7,44 metros.

**Alternativa correta:** Sabemos que a primeira caixa d'água tem o formato cúbico e que 8000 litros correspondem a $8m^3$, portanto:

$$a^3 = 8$$
$$a = 2$$

Os volumes são iguais e a=2 então teremos:

$V_1 = V_2$

$$a^3 = \frac{6 \cdot l^2\sqrt{3}}{4} \cdot a$$

$$l = \frac{2\sqrt[4]{12}}{3} m$$

Como $\sqrt[4]{12} = 1,86$ e queremos o perímetro da base, temos:

$$\frac{2\sqrt[4]{12}}{3} \cdot 6 = \frac{2 \cdot 1,86}{3} \cdot 6 = 7,44m$$

================================================================================

**25)** Em um determinado jogo de futebol do campeonato brasileiro, o resultado final da partida foi 3x2. A probabilidade de que o time perdedor tenha marcado os dois primeiros gols é:

**A** ⇒ 10%

**Alternativa correta.**
Chamando de P a equipe perdedora e V a equipe vencedora, podemos perceber que o espaço amostral tem 10 possibilidades no total.

$$P_5^{3,2} = \frac{5!}{3!.2!} = \frac{5.4}{2!} = 10$$

Como só existe uma possibilidade de a equipe perdedora ter marcado os dois primeiros gols, então:

$P = \frac{1}{10} = 10\%$

**B** $\Rightarrow$ 30%

**C** $\Rightarrow$ 50%

**D** $\Rightarrow$ 90%

================================================================================

**26)** Considere as funções $f(x) = 4$ e $g(x) = -x^3 + 3x^2$. Os pontos A e B são as intersecções do gráfico da função g com o eixo das abscissas. Os pontos G e H são as intersecções dos gráficos das funções f e g. O quadrilátero de vértices ABGH tem área igual a:

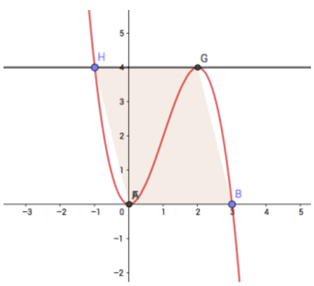
**A** $\Rightarrow$ 6 u.a.

**B** $\Rightarrow$ 4 u.a.

**C** $\Rightarrow$ 12 u.a.

**Alternativa correta.**

Construindo os gráficos das funções e delimitando o polígono, temos:




Logo o polígono será um paralelogramo cuja base mede 3 u.c. e sua altura mede 4 u.c., assim, sua área é igual a 12 u.a.

**D** $\Rightarrow$ 18 u.a.

================================================================================

**27)** Analise as alternativas a seguir.Todas estão corretas, **exceto** a:

**A** $\Rightarrow$ Em uma pesquisa constatou-se que a quantidade de bactérias em uma cultura era dada pela função Q(t) = $400.2^{kt}$ em função de t (tempo em horas). Se a população de bactérias dobrou em 15 minutos, então, transcorrida meia do início da verificação inicial a população de bactérias possuirá 1600 indivíduos.

**Alternativa correta.**

Como a quantidade de bactérias dobra em 15 minutos e t é dado em horas, utilizaremos t=0,25 horas. Substituindo na função dada teremos:

$$Q(t) = 400.2^{kt}$$
$$800 = 400.2^{k.0,25}$$
$$2 = 2^{k.0,25} \rightarrow k = 4$$

Com o valor de k e t=0,5h, podemos encontrar o valor da população em 30 minutos.

$$Q(t) = 400.2^{4t}$$
$$Q(0,5) = 400.2^{4.0,5}$$
$$Q(0,5) = 400.2^2 \rightarrow Q(0,5) = 1600$$

**B** $\Rightarrow$ Considerando a igualdade $2^3.5^2 = 2 \cdot k^m$ e $k, m \in N$ a única possibilidade de solução dessa equação é k =10 e m=2.

**Alternativa incorreta.**

É possível reescrever a igualdade da seguinte maneira:

$$2.2^2.5^2 = 2.k^m$$
$$2.(2.5)^2 = 2.k^m$$
$$2.(10)^2 = 2.k^m$$

Portanto a afirmação é incorreta, pois podemos ter k=10 e m=2, mas também podemos ter k=100 e m=1.

**C** $\Rightarrow$ O polinômio $P(x) = 3x^3 + 6x^2 + 12x + 24$ possui uma única raiz real; ela pertence ao intervalo [-5,5].

**Alternativa correta.**
Podemos fatorar o Polinômio da seguinte maneira:

$$P(x) = 3x^3 + 6x^2 + 12x + 24$$
$$P(x) = 3x^2(x+2) + 12(x+2)$$
$$P(x) = (3x^2 + 12).(x+2)$$
$$P(x) = 3.(x^2 + 4).(x+2)$$

As raízes serão x=2i, x=-2i e x=-2
Percebemos que P(x) apresentará duas raízes complexas e uma raiz real (x=-2) que pertence ao intervalo dado

**D** $\Rightarrow$ Se $a, b$ e $c$ são as raízes do polinômio $P(x) = 12x^3 - 4x^2 - 3x + 1$, então $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{11}{18}$.

**Alternativa correta.**
Utilizando as relações de Girard, sabemos que:

$$a + b + c = \frac{1}{3}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado obtemos:

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{11}{18}$$

A soma dos quadrados dessas raízes será então $\frac{11}{18}$.

==========================================================================

**28)** Sejam x e y números reais positivos. Se (x,y) é solução do sistema $\begin{cases} 2.\log_9^{\left(\sqrt{10-x^2}\right)} + \log_3^y = 2 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$

determine o produto x.y.

**A** $\Rightarrow$ 1/3
**B** $\Rightarrow$ 3

**Alternativa correta.**
Isolando o valor de y na segunda equação do sistema, teremos:

$$y = \pm\sqrt{10 - x^2}$$

Como sabemos que x e y são valores positivos, consideraremos apenas $y = +\sqrt{10 - x^2}$.

Podemos perceber na primeira equação que o logaritmando do primeiro logaritmo pode ser interpretado como sendo y, assim:

$$2.\log_9^{\left(\sqrt{10-x^2}\right)} + \log_3^y = 2$$
$$2.\log_9^y + \log_3^y = 2$$

Para trabalharmos as propriedades dos logaritmos, devemos deixá-los na mesma base.

$$\log_3^y + \log_3^y = 2$$
$$2.\log_3^y = 2$$

$\log_3^y = 1 \rightarrow y = 3$

Substituindo o valor de y:

$x^2 + y^2 = 10$

$x^2 + 3^2 = 10$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

Sabemos que x é um número positivo, então não nos convém o $x = -1$ e, portanto $x = 1$.
Dessa forma, o produto x.y vale 3.

**C** $\Rightarrow$ 1/2

**D** $\Rightarrow$ 1