anpec
associação nacional de
centros de pós graduação
em economia

EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2022

PROVA DE ESTATÍSTICA

1º Dia: 30/09/2021 – QUINTA-FEIRA
HORÁRIO: 10h30m às 12h30m (horário de Brasília)

anpec associação nacional de centros de pós graduação em economia

EXAME NACIONAL DE SELEÇÃO 2022
PROVA DE ESTATÍSTICA
1º Dia: 30/09 – QUINTA-FEIRA (Manhã)
HORÁRIO: 10h30m às 12h30m

INSTRUÇÕES

1. Esta **PROVA** é constituída de **quinze** questões objetivas.
2. Nas questões do tipo A, recomenda-se não marcar ao acaso: cada item cuja resposta divirja do gabarito oficial acarretará a perda de $\frac{1}{n}$ ponto, em que *n* é o número de itens da questão a que pertença o item, conforme consta no Manual do Candidato.
3. Durante as provas, o(a) candidato(a) não deverá levantar-se ou comunicar-se com outras pessoas.
4. A duração da prova é de **duas horas**.
5. Durante a realização das provas **não** é permitida a utilização de calculadora, qualquer material de consulta ou equipamentos eletrônicos além do utilizado para realização das provas.
6. Durante a realização das provas somente será permitida a saída do candidato após a autorização, por meio do *chat online*, do fiscal de prova.
7. O candidato só poderá desconectar-se, após o término da prova de cada disciplina.
8. Se a conexão cair, o candidato deve reiniciar a máquina. Caso a conexão não volte após o reinício da máquina, o candidato deve rotear a internet/wi-Fi de alguma pessoa próxima ou entrar em contato com o suporte técnico, cujo contato está no Comprovante de Inscrição.
9. A desobediência a qualquer uma das recomendações constantes nas presentes Instruções poderá implicar a anulação das provas do(a) candidato(a). A desobediência ao fiscal de prova também poderá implicar a anulação da prova do(a) candidato(a).

AGENDA

- 07/10/2021 – 14 horas – Divulgação dos gabaritos das provas objetivas, no endereço: http://www.anpec.org.br.
- 07/10 a 08/10/2021 – Recursos identificados pelo autor serão aceitos até às 14h do dia 08/10 do corrente ano. Não serão aceitos recursos fora do padrão apresentado no Manual do Candidato.
- 05/11/2021 – 14 horas – Divulgação do resultado na Internet, no *site* acima citado.

OBSERVAÇÕES:

- Em nenhuma hipótese a ANPEC informará resultado por telefone.
-
- Nas questões de **1** a **15** (não numéricas), marque, de acordo com o comando de cada uma delas: itens **VERDADEIROS**, marque **V**; itens **FALSOS**, marque **F**; ou deixe a resposta **EM BRANCO (SEM MARCAR)**.
- Caso a **resposta seja numérica**, digite entre os números de 00 até 99 o número correspondente à resposta ou deixe a resposta **EM BRANCO (SEM MARCAR)**.

QUESTÃO 01

Seja p_t^i o preço do bem i no período t, e seja q_t^i a quantidade do bem i no período t. Considerando n bens (i = 1, ..., n) e dois períodos (t = 0,1), verifique se as afirmativas abaixo são falsas ou verdadeiras:

⓪ O Índice de Preço de Laspeyres para o período 1 com base no período 0 é dado por: $\frac{\sum_{i=1}^{n} p_1^i q_0^i}{\sum_{i=1}^{n} p_0^i q_0^i}$.

① O Índice de Quantidade de Laspeyres para o período 1 com base no período 0 é dado por: $\frac{\sum_{i=1}^{n} p_1^i q_0^i}{\sum_{i=1}^{n} p_1^i q_1^i}$.

② Índice de Preço de Paasche para o período 1 com base no período 0 é dado por: $\frac{\sum_{i=1}^{n} p_1^i q_1^i}{\sum_{i=1}^{n} p_0^i q_0^i}$.

③ O Índice de Quantidade de Paasche para o período 1 com base no período 0 é dado por: $\frac{\sum_{i=1}^{n} p_1^i q_1^i}{\sum_{i=1}^{n} p_0^i q_1^i}$.

④ Sendo PL o Índice de Preço de Laspeyres para o período 1 com base no período 0 e PP o Índice de Preço de Paasche para o período 1 com base no período 0, então o Índice de Preço de Fischer para o período 1 com base no período 0 é dado por: $\sqrt{PL \times PP}$.

QUESTÃO 02

Seja X uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} x/8 & para\ 0 \leq x \leq 4, \\ 0 & caso\ contrário. \end{cases}}$$

Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ $E(X) = \frac{1}{8}$.

① $E(X^2) = 8$.

② A mediana de X é 3.

③ Se Z = 2 + 3X, então $E(Z) = 5$.

④ Se Z = 2 + 3X, então $Var(Z) = 80$.

QUESTÃO 03

Uma pesquisa realizada com 250 estudantes de uma universidade (120 homens e 130 mulheres) perguntou, de uma lista de três esportes, qual o preferido do estudante: futebol, vôlei ou basquete (apenas uma opção era permitida). Entre os homens, 1/3 prefere basquete e metade prefere futebol. Entre as mulheres, 60 preferem futebol e 60 preferem vôlei. Se um estudante escolhido aleatoriamente nessa amostra tem como esporte preferido (entre as três opções apresentadas) o basquete, qual a probabilidade de que seja um homem? Multiplique o resultado por 100.

QUESTÃO 04

Seja a seguinte função de distribuição:

$$\boldsymbol{f(x,y)} = \begin{cases} \boldsymbol{xy} & \boldsymbol{0 \leq x \leq 4;\ 1 \leq y \leq 2.} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{c.c} \end{cases}$$

Encontre o valor esperado de X + 3Y.

QUESTÃO 05

Considere a distribuição conjunta de X e Y.

		X		
		1	**2**	**3**
Y	**1**	**0,1**	**0,15**	**0,20**
	2	**0,15**	**0,1**	**0**
	3	**0,20**	**0**	**0,1**

Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ A média de X é igual a 2.

① A variância de Y é igual a 0,7275.

② A variância de X é igual à variância de Y.

③ X e Y são negativamente correlacionadas.

④ X e Y são variáveis aleatórias independentes.

QUESTÃO 06

Suponha que a variável aleatória X tem Distribuição de Poisson com média τ (em que $\tau > 0$), e que a variável aleatória Y tem Distribuição de Poisson com média μ (em que $\mu > 0$). Considere que X e Y são variáveis aleatórias independentes. Supondo também que k e n são inteiros tais que $0 \leq k \leq n$, são corretas as afirmativas abaixo:

⓪ Usando o fato de que $(\tau + \mu)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \mu^{n-k} \tau^k$, em que $\binom{n}{k} = n!/[(n-k)!\, k!]$, podemos dizer que para qualquer $n > 0$, $Prob(X + Y = n) = \frac{e^{-\tau-\mu}}{n!}$.

① Se $Z = X + Y$, $E(Z) = \tau + \mu$.

② $Prob[(Y = k) \cap (X + Y = n)] = \frac{e^{-\tau}\tau^k}{k!} \frac{e^{-\mu}\mu^{(n-k)}}{(n-k)!}$.

③ $Prob(Y = k | X + Y = n) = \frac{n!}{k!} \frac{\tau^k \mu^{(n-k)}}{(\tau+\mu)^n}$.

④ A distribuição condicional de Y, dado que $X + Y = n$, é uma binomial com parâmetros *n* e $(\tau + \mu)$.

QUESTÃO 07

Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ Seja Y uma variável aleatória, enquanto c é uma constante qualquer, e d é uma constante positiva. Pela Desigualdade de Tchebychev, podemos afirmar:

$$Prob(|Y - c| \geq d) \leq \frac{E(Y^2)}{d^2}.$$

① Sejam *X_1, X_2, ..., X_n* variáveis aleatórias independentes com Distribuição de Bernoulli com parâmetro *p*. Sendo $\overline{X} = \sum_{i=1}^{n}(X_i/n)$, pelo Teorema Central do Limite, $\overline{X}$ converge para uma distribuição normal quando $n \to \infty$.

② Sejam *X_1, X_2, ..., X_n* variáveis aleatórias com Distribuição de Bernoulli com parâmetro p. Pela Lei dos Grandes Números, $\overline{X} = \sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{n}$ converge para *p* quando $n \to \infty$.

③ Sejam X_1, X_2, ..., X_n variáveis aleatórias independentes com média μ e variância σ^2. Sendo $\overline{X} = \sum_{i=1}^{n}\frac{X_i}{n}$, pelo Teorema Central do Limite, $\overline{X}$ converge para uma distribuição normal quando $n \to \infty$.

④ Seja Z uma variável aleatória com média μ e variância σ^2, e d é uma constante positiva. Pela Desigualdade de Tchebychev, temos: $Prob(|Z - \mu| \geq d) \leq \frac{\sigma^2}{d^2}$.

QUESTÃO 08

Sejam X_1, X_2, ..., X_n variáveis aleatórias tais que $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ para todo i = 1, ..., n. Considere também que $corr(X_i, X_{i+1}) = \rho$ para i = 1, ..., n-1; e que $\mu, \sigma^2 e\ \rho$ são parâmetros desconhecidos, e os dois últimos satisfazem as condições: $-1 < \rho < 1$, e $\sigma^2 > 0$. É correto afirmar:

⓪ $E(\sum_{i=1}^{n} X_i) = n\mu$.

① $E(\sum_{i=1}^{n} X_i^2) = n\sigma^2$.

② $E(\sum_{i=1}^{n-1} X_i X_{i+1}) = (n-1)(\rho\sigma^2 + \mu^2)$.

③ Para n=2, seja $\hat{\mu} = \frac{X_1+X_2}{2}$ um estimador para μ. Então, $Var(\hat{\mu}) = \frac{\sigma^2(1+\rho)}{2}$.

④ Seja n=2, e considere que $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2) - \left(\frac{1}{2}\ (X_1 + X_2)\right)^2$ é um estimador para σ^2. Esse estimador é não tendencioso.

QUESTÃO 09

Considere as suposições do Modelo Linear Clássico de Regressão. Julgue as afirmativas abaixo:

⓪ A suposição de exogeneidade dos regressores garante que os estimadores de Mínimos Quadrados Ordinários serão não viesados.

① As suposições de Gauss-Markov garantem que os estimadores de Mínimos Quadrados sejam os estimadores de menor variância dentre todos os possíveis estimadores não viesados.

② A colinearidade entre os regressores implica que os estimadores de Mínimos Quadrados Ordinários serão viesados.

③ A colinearidade entre os regressores implica sempre em aumento na variância dos estimadores de Mínimos Quadrados Ordinários.

④ A suposição de homocedasticidade dos erros garante que os estimadores de Mínimos Quadrados Ordinários sejam não viesados e consistentes.

QUESTÃO 10

Considere o Modelo de Regressão Linear abaixo:

(1) $\boldsymbol{Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u}$**,**

em que não há colinearidade perfeita e uma amostra aleatória da população com $\boldsymbol{n}$ **observações** $\{(\boldsymbol{X_{1i}, X_{2i}, Y_i}): \boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, n}\}$ **está disponível. Além disso, as seguintes condições são válidas:** $\boldsymbol{cov\ (X_1, u) = 0}$**,** $\boldsymbol{cov\ (X_1, X_2) \neq 0}$**, e** $\boldsymbol{cov\ (X_2, u) = 0}$**.**

Suponha, porém, que sejam estimados os seguintes modelos por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO):

(2) $\boldsymbol{Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \tilde{u}}$**,**

(3) $\boldsymbol{X_2 = \delta_0 + \delta_1 X_1 + v}$**,**

em que $\boldsymbol{cov\ (X_1, v) = 0}$**.**

Definindo $\boldsymbol{\widehat{\alpha}_0}$ **como o estimador de MQO para o parâmetro** $\boldsymbol{\alpha_0}$**, e** $\boldsymbol{\widehat{\alpha}_1}$ **como o estimador de MQO para o parâmetro** $\boldsymbol{\alpha_1}$ **na equação (2), e também** $\boldsymbol{\widehat{\delta}_0}$ **como o estimador de MQO para o parâmetro** $\boldsymbol{\delta_0}$**, e** $\boldsymbol{\widehat{\delta}_1}$ **como o estimador de MQO para o parâmetro** $\boldsymbol{\delta_1}$ **na equação (3), são corretas as afirmativas:**

⓪ Quando *n* tende ao infinito, $\hat{\delta}_1$ se torna um estimador não tendencioso para δ_1.

① Quando *n* tende ao infinito, $\hat{\alpha}_1$ tende para $\beta_1 + \beta_2 \frac{Cov(X_1,u)}{Var(X_1)} = \beta_1$.

② Quando *n* tende ao infinito, $\hat{\delta}_1$ tende para $\delta_1 + \frac{cov(X_1,v)}{Var(X_1)} = \delta_1$.

③ Quando *n* tende ao infinito, a variância de $\hat{\delta}_1$ condicionada em X_1 tende para zero.

④ Quando *n* tende ao infinito, $\hat{\delta}_0$ tende para δ_0.

QUESTÃO 11

Considere uma amostra aleatória de funcionários de uma empresa. Nessa amostra, que tem 100 observações, ¼ dos funcionários tem pelo menos o ensino superior completo, enquanto o restante tem escolaridade inferior. Para o total de 100 observações da amostra, a média de salários é R$ 80, e para a subamostra de funcionários com pelo menos o ensino superior completo a média de salários é R$ 140. Suponha que o modelo abaixo tenha sido estimado pelo método de MQO usando essa amostra de 100 observações:

$$\boldsymbol{Y_i = \beta_0 + \beta_1 S_i + u_i},$$

em que $\boldsymbol{Y_i}$ é o salário do funcionário $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{S_i}$ é uma variável dummy igual a um, caso o funcionário i tenha pelo menos o ensino superior completo, e igual a zero, caso contrário, e $\boldsymbol{u_i}$ representa o erro. Obtenha o estimador de MQO para $\boldsymbol{\beta_1}$.

QUESTÃO 12

Considere o seguinte Modelo de Equações Simultâneas e os métodos de estimação Mínimos Quadrados Ordinários e Mínimos Quadrados em Dois Estágios:

$$\boldsymbol{y_1 = \alpha_0 + \alpha_1 y_2 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 x_2 + \varepsilon} \qquad (\mathbf{1}),$$

$$\boldsymbol{y_2 = \beta_0 + \beta_1 y_1 + \beta_2 x_1 + \beta_3 x_3 + \eta} \qquad (\mathbf{2}),$$

em que ε e η são componentes aleatórios, y_1 e y_2 são as variáveis endógenas e x_1, x_2 e x_3 são as variáveis exógenas do modelo. Julgue as afirmativas a seguir:

⓪ As equações na forma reduzida são dadas por:

$$\boldsymbol{y_1 = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \epsilon} \qquad (\mathbf{1'}),$$

$$\boldsymbol{y_2 = \lambda_0 + \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 + \vartheta} \qquad (\mathbf{2'}),$$

em que

$$\boldsymbol{\theta_0 = \frac{\alpha_0+\alpha_1\beta_0}{1-\alpha_1\beta_1},\ \theta_1 = \frac{\alpha_2+\alpha_1\beta_2}{1-\alpha_1\beta_1},\ \theta_2 = \frac{\alpha_3}{1-\alpha_1\beta_1},\ \theta_3 = \frac{\alpha_1\beta_3}{1-\alpha_1\beta_1},\ \epsilon = \frac{\alpha_1\eta+\varepsilon}{1-\alpha_1\beta_1}};$$

e

$$\boldsymbol{\lambda_0 = \frac{\beta_0+\alpha_0\beta_1}{1-\alpha_1\beta_1},\ \lambda_1 = \frac{\beta_2+\alpha_2\beta_1}{1-\alpha_1\beta_1},\ \lambda_2 = \frac{\alpha_3\beta_1}{1-\alpha_1\beta_1},\ \lambda_3 = \frac{\beta_3}{1-\alpha_1\beta_1},\ \vartheta = \frac{\eta+\beta_1\varepsilon}{1-\alpha_1\beta_1}}.$$

① Se $\alpha_1 = 0$ e $\beta_3 \neq 0$, então a estimação da equação (1) por Mínimos Quadrados em dois estágios gerará estimadores com maior variância que os estimadores obtidos por Mínimos Quadrados Ordinários.

② A estimação por Mínimos Quadrados Ordinários das equações $(1')$ e $(2')$ geram estimadores viesados de $\theta_0,\ \theta_1,\ \theta_2,\ \theta_3,\ \lambda_0,\ \lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3$.

③ Se $\beta_2 \neq 0$, então a equação (1) será exatamente identificada.

④ Se $\beta_2 = 0$, $\alpha_1 \neq 0$, $\beta_1 \neq 0$ e $\beta_3 \neq 0$, a estimação da equação (1) por Mínimos Quadrados em dois estágios irá gerar estimadores viesados e inconsistentes.

QUESTÃO 13

Suponha que um pesquisador deseje estimar as duas equações abaixo:

(1) $\boldsymbol{ln(Y) = \beta_0 + \beta_1 ln(X) + u}$**,**

(2) $\boldsymbol{ln\left(\frac{Y}{X}\right) = \alpha_0 + \alpha_1 ln(X) + v}$**,**

em que u e v são os termos de erro em cada equação, e X > 0 e Y > 0.

Defina $y = ln(Y)$, $x = ln(X)$ e $z = ln\left(\frac{Y}{X}\right)$. Usando uma mesma amostra aleatória da população de tamanho n, o pesquisador estima essas duas equações pelo método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), obtendo os seguintes resultados:

(3) $\boldsymbol{\hat{y} = b_0 + b_1 x}$ **,**

(4) $\boldsymbol{\hat{z} = a_0 + a_1 x}$**.**

Com base nessas informações, julgue as afirmativas abaixo:

⓪ $b_1 = 1 + a_1$.

① $b_0 = a_0$.

② Para cada observação *i* da amostra: $\hat{y}_i = z_i + x_i$.

③ Os resíduos nas equações (3) e (4) são idênticos.

④ O R^2 é o mesmo nas regressões correspondentes as equações (3) e (4).

QUESTÃO 14

Considere o seguinte processo gerador de dados:

$$x_t = 0,3 - x_{t-1} + 0,25x_{t-2} - 0,4u_{t-2} + 0,3u_{t-1} + u_t,$$

em que u_t é um processo ruído branco. Quanto vale a soma das raízes do polinômio autorregressivo e do polinômio média móvel? Marque a parte inteira.

QUESTÃO 15

Considere o seguinte modelo AR(1):

$$\boldsymbol{Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + u_t,}$$

em que $|\beta_1| < 1$, $\{u_t\}$ é uma sequência independente e identicamente distribuída tal que $u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$ para todo t. São corretas as afirmativas sobre esse modelo:

⓪ Y_t pode ser representada por: $\sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i u_{t-i}$.

① $E(Y_t) = 0$.

② $Var(Y_t) = \sigma_u^2$.

③ Y_t tem distribuição normal.

④ $Cov(Y_{t-1}, Y_{t-2}) = \beta_1 \sigma_u^2$.