MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MINAS GERAIS

REITORIA/GABINETE

Avenida Professor Mário Werneck, 2.590 – Bairro Buritis – Belo Horizonte – Minas Gerais – CEP: 30.575-180

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS
EDITAL ESPECÍFICO 80/2022 - CAMPUS BAMBUÍ

PROVA OBJETIVA - PROFESSOR EBTT
ÁREA/DISCIPLINA: MATEMÁTICA

ORIENTAÇÕES:

1. Não abra o caderno de questões até que a autorização seja dada pelos aplicadores;
2. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova;
3. Nessa prova as questões são de múltipla escolha com cinco alternativas em cada uma, sempre na sequência a, b, c, d, e, das quais somente uma é correta;
4. As respostas deverão ser repassadas ao cartão-resposta utilizando caneta na cor azul ou preta dentro do prazo estabelecido para realização da prova, previsto em Edital;
5. Observe a forma correta de preenchimento do cartão-resposta, pois apenas ele será levado em consideração na correção;
6. Não haverá substituição do cartão resposta por erro de preenchimento ou por rasuras feitas pelo candidato;
7. A marcação de mais de uma alternativa em uma mesma questão levará a anulação da mesma;
8. Não são permitidas consultas, empréstimos e comunicação entre os candidatos;
9. Ao concluir as provas, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de Prova. Aguarde a autorização para devolver o cartão resposta, devidamente assinado em local indicado. Não há necessidade de devolver o caderno de prova;
10. O candidato não poderá sair da sala de aplicação antes que tenha se passado 1h00min do início da aplicação das provas. Só será permitido que o candidato leve o caderno de prova objetiva após 4h00min de seu início;
11. Os três últimos candidatos deverão permanecer em sala até o fechamento da ata e assinatura da mesma para fechamento da sala de aplicação.

Questão 1: Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função polinomial escrita na forma padrão

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots a_1 x + a_0,$$

com coeficientes reais, onde $n \geq 1$ é um inteiro e $a_n \neq 0$. A respeito desse polinômio, considere as seguintes afirmações:

I - Se todos os coeficientes $a_0, a_1, \ldots, a_n$ de f são inteiros e se $\frac{p}{q}$ é uma raíz racional de f com p e q primos entre si, então, necessariamente, p divide a_0 e q divide a_n.

II - Se $n = 2$ então f possui duas raízes reais.

III - Se n for ímpar, então f tem pelo menos uma raiz real.

Sobre essas afirmações podemos dizer que estão **corretos**:

(a) somente o item II.

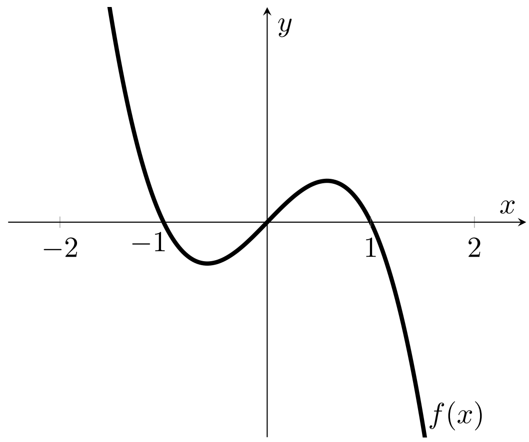
(b) somente o item III.

(c) somente os itens I e II.

(d) somente os itens I e III.

(e) todos os itens I, II e III.

Questão 2: O gráfico abaixo corresponde a qual das seguintes funções polinomiais:



(a) $f(x) = x(x+1)(x-1)$.
(b) $f(x) = x^2(x+1)(x-1)$.
(c) $f(x) = (x+1)(1-x)$.
(d) $f(x) = (x+1)(x-1)$.
(e) $f(x) = x(x+1)(1-x)$.

Questão 3: Sejam ABC um triângulo retângulo em A de lados a (hipotenusa), b e c (catetos), e $\overline{AD}$ a bissetriz do ângulo reto A, onde D está entre B e C. O segmento $\overline{AD}$ mede:

(a) $\dfrac{(b+c)\sqrt{2}}{bc}$.

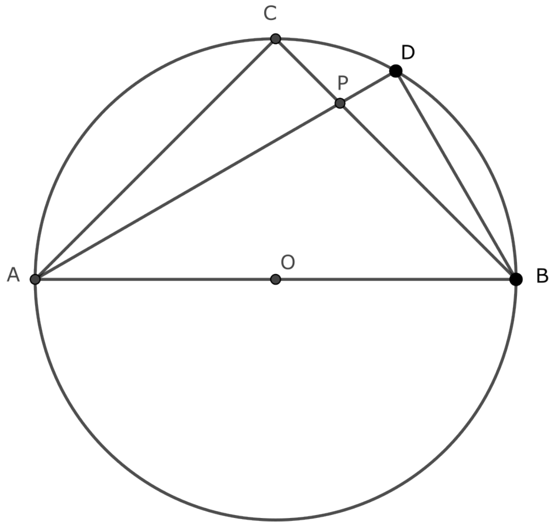
(b) $\dfrac{b\sqrt{2}}{c}$.

(c) $\dfrac{bc\sqrt{2}}{b+c}$.

(d) $\dfrac{c\sqrt{2}}{b}$.

(e) $\dfrac{(a^2+b^2+c^2)\sqrt{2}}{a+b+c}$.

Questão 4: A figura abaixo apresenta um círculo de raio igual a 1 e centro em O. Sejam $\overline{AB}$ seu diâmetro, $\overline{OC}$ o segmento perpendicular a $\overline{AB}$ e $\widehat{BD}$ um arco de 60 graus. Se $P = \overline{AD} \cap \overline{BC}$, a razão entre os segmentos $\overline{CP}$ e $\overline{PD}$ é igual a:



(a) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

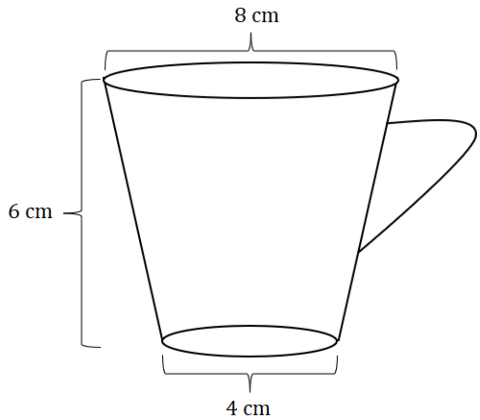
(b) $\sqrt{2}$.

(c) $\dfrac{1}{2}$.

(d) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

(e) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Questão 5: Considere uma xícara em formato de tronco de cone circular reto, com as dimensões representadas na figura abaixo.



Sabendo que a xícara está completamente cheia de café e que após um gole a altura da superfície do café dentro da xícara reduziu em 2 cm, assinale a alternativa que corresponde ao volume do café ingerido no gole, supondo que não houve desperdício ao se tomar o café.

(a) $56\ \text{cm}^3$.

(b) $\dfrac{728\pi}{27}\ \text{cm}^3$.

(c) $\dfrac{304\pi}{27}\ \text{cm}^3$.

(d) $\dfrac{1208\pi}{27}\ \text{cm}^3$.

(e) $\dfrac{976\pi}{27}\ \text{cm}^3$.

Questão 6: Num reservatório em forma de cilindro circular reto de raio r, com um certo líquido, é adicionado uma esfera maciça de raio $\frac{r}{2}$, que pela sua densidade fica totalmente submersa no líquido. Após a adição e repouso da esfera, supondo que o reservatório tenha altura suficiente para que não haja perda do líquido, a altura do líquido no reservatório terá aumentado de:

(a) $\frac{r}{2}$.

(b) r.

(c) $\frac{r}{6}$.

(d) $\frac{r}{3}$.

(e) $\frac{r}{4}$.

Questão 7: Deseja-se dividir 10 pessoas em dois grupos com 5 pessoas cada. De quantas maneiras distintas isso pode ser feito?

(a) 504.

(b) 252.

(c) 126.

(d) 120.

(e) 10.

Questão 8: Sejam A um conjunto com 3 elementos e B um conjunto com 6 elementos. Defina H como o conjunto de todas as funções $f : A \to B$. Quantos elementos possui H?

(a) 6.

(b) 20.

(c) 27.

(d) 120.

(e) 216.

Questão 9: Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 5x + 6y + 7z = 8 \end{cases}$$

Uma caracterização geométrica de sua solução é:

(a) uma reta passando pelo ponto $a = (1, -2, 1)$ e paralela ao vetor $\vec{v} = (2, 3, 0)$.

(b) uma reta passando pelo ponto $a = (2, -3, 0)$ origem e paralela ao vetor $\vec{v} = (1, -2, 1)$.

(c) uma reta passando pelo ponto $a = (2, 3, 0)$ e paralela ao vetor $\vec{v} = (1, 2, -1)$.

(d) uma reta passando pelo ponto $a = (-2, 3, 0)$ e paralela ao vetor $\vec{v} = (1, 2, 1)$.

(e) uma reta passando pelo ponto $a = (-1, 1, 1)$ e paralela ao vetor $\vec{v} = (-1, 2, -1)$.

Questão 10: Sobre o sistema de equações lineares $AX = B$, é **correto** afirmar que:

(a) se o determinante da matriz A for igual a zero, o sistema não tem solução.

(b) se B for o vetor coluna nulo, ou seja, $B^T = [0, \ldots, 0]$, então esse sistema tem apenas a solução trivial.

(c) Se A for uma matriz simétrica quadrada então o sistema $AX = B$ tem solução única.

(d) se A for uma matriz quadrada não singular então existe uma sequência de matrizes elementares E_i com $i = 1, 2, \ldots p$, tal que $X = \left(\prod_{i=1}^{p} E_i\right) B$.

(e) se A for uma matriz quadrada de ordem n e o traço de A for igual a n então o sistema tem solução única.

Questão 11: $\lim_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{x+3} =$

(a) $\dfrac{1}{e}$.

(b) e.

(c) e^2.

(d) e^3.

(e) e^4.

Questão 12: Considere a função real de uma variável real $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos(x)}{x^2}, & \textbf{se } x \neq 0 \\ L, & \textbf{se } x = 0 \end{cases}$$

O valor de L para que $f(x)$ seja contínua em $x = 0$ é igual a:

(a) -1.

(b) $-\dfrac{1}{2}$.

(c) 0.

(d) $\dfrac{1}{2}$.

(e) 1.

Questão 13: Sejam f e g funções deriváveis em 0, que satisfazem as seguintes relações:

$$\begin{cases} f(0) - f'(0)\ln 10 = g(0)\ln 100 + g'(0), \\ f'(0)\ln 10 + g'(0) = 0. \end{cases}$$

Para $h(x) = \operatorname{sen}\left(\dfrac{f(x)\log_{10}(x+1)}{g(x)}\right)$, com $g(0) \neq 0$, pode-se dizer que o valor de $h'(0)$ é:

(a) $\ln 10$.

(b) $\ln 100$.

(c) $\dfrac{1}{\ln 10}$.

(d) 2.

(e) 0.

Questão 14: Para $a, b, c \in \mathbb{R}$, considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & \text{se } |x| < 1, \\ \dfrac{1}{|x|}, & \text{se } |x| \geq 1. \end{cases}$$

Para que f seja derivável em $\mathbb{R}$, o valor de $a + b + c$ deve ser:

(a) 1.

(b) 0.

(c) -1.

(d) 2.

(e) -2.

Questão 15: O volume da região $E = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 2x\right\}$ é:

(a) $\dfrac{32}{9}$.

(b) $\dfrac{64}{9}$.

(c) $\dfrac{32}{3}$.

(d) $\dfrac{16}{3}$.

(e) $\dfrac{8}{3}$.

Questão 16: Seja E um sólido tridimensional. Se a mudança de variável

$$\begin{cases} u = x, \\ v = -x + z, \\ w = x + 2y - 3z, \end{cases}$$

transforma E na região

$$E^* = \left\{(u, v, w) \in \mathbb{R}^3 / u^2 + v^2 + w^2 \leq 4\right\},$$

então o valor da integral $\displaystyle\int\int\int_E (x + 2y - 3z)^2 \, dV$ é:

(a) $\dfrac{64\pi}{15}$.

(b) $\dfrac{16\pi}{15}$.

(c) $\dfrac{32\pi}{15}$.

(d) $\dfrac{256\pi}{15}$.

(e) $\dfrac{128\pi}{15}$.

Questão 17: Sejam U e V dois espaços vetoriais sobre o corpo dos reais e $T : U \to V$ uma transformação linear. Considere as seguintes afirmativas:

I - Se $u \in U$ é tal que $T(u) = 0$, então $u = 0$.

II - Se $n \geq 1$ é um inteiro e $u_1, u_2, \ldots, u_n$ são vetores em U tais que o conjunto de vetores $\{T(u_1), T(u_2), \ldots, T(u_n)\}$ é linearmente independente, então o conjunto de vetores $\{u_1, u_2, \ldots, u_n\}$ é linearmente independente.

III - Se W é um subconjunto de U então o conjunto

$$T(W) = \{T(w) \mid w \in W\}$$

é um subespaço vetorial de V.

IV - Se U e V forem espaços vetoriais de dimensão finita e T for um isomorfismo, então U e V têm a mesma dimensão.

Sobre essas afirmações podemos dizer que estão **corretos**:

(a) somente o item I.

(b) somente os itens I e II.

(c) somente os itens II e IV.

(d) somente os itens III e IV.

(e) somente os itens II, III e IV.

Questão 18: Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma transformação linear tal que

$$T(2,2) = 3 \qquad \text{e} \qquad T(3,2) = 1.$$

O valor de $T(1,0)$ é:

(a) -3.
(b) -2.
(c) -1.
(d) 0.
(e) 1.

Questão 19: Para $n \in \mathbb{R}$, a equação diferencial ordinária

$$\frac{dy}{dt} + g(t)y = h(t)y^n,$$

é conhecida como equação de Bernoulli, em homenagem ao celebre matemático suíço Jacob Bernoulli (1654-1705). Dentre outras aplicações, a equação de Bernoulli pode ser utilizada como modelo matemático para o estudo do crescimento de peixes, através da equação

$$\frac{dp}{dt} = \alpha p^{\frac{2}{3}} - \beta p,$$

também conhecida como equação de von Bertalanffy, em homenagem ao biólogo austríaco Ludwig von Bertalanffy (1901-1972). Na equação de von Bertalanffy, a função incógnita $p(t)$ representa o peso do peixe no instante de tempo t e as constantes $\alpha > 0$ e $\beta > 0$, respectivamente, as taxas de ganho de massa (anabolismo) e perda de massa (catabolismo) do peixe. Nessas condições, após resolver a equação de von Bertalanffy e observar a sua solução, pode-se verificar que:

(a) $\lim\limits_{t \to +\infty} p(t) = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^3.$

(b) $\lim\limits_{t \to +\infty} p(t) = \left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^2.$

(c) $\lim\limits_{t \to +\infty} p(t) = \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{3}{2}}.$

(d) $\lim\limits_{t \to +\infty} p(t) = 0.$

(e) $\lim\limits_{t \to +\infty} p(t) = \left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{3}{2}}.$

Questão 20: Se $y_p(x)$, uma função polinomial, é uma solução particular da equação $\dfrac{d^2y}{dx^2} - \dfrac{dy}{dx} - 2y = 4x^2$, então pode ser observado que:

(a) $y_p(0) = -3$.

(b) $y_p(0) = -2$.

(c) $y_p(0) = 0$.

(d) $y_p(0) = 1$.

(e) $y_p(0) = 2$.